Pre-College

Vorkurs Physik

Skript

Dumont Elisabeth (dumo)
ZHAW SCHOOL OF ENGINEERING

Verwendete Quellen:

Randall D. Knight, Physics For Scientists and Engineers, 2017, Pearson Education
Douglas C. Giancoli, Physik, 4. Auflage, 2019, Pearson Studium
David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker, Halliday Physik Bachelor Edition, 2. Auflage 2013, Wiley-VCH Berlin
Fuchs H. U. (2010), The Dynamics of Heat. A Unified Approach to Thermodynamics and Heat Transfer, Springer, New York
Rainer Müller, Klassische Mechanik-Vom Weitsprung zum Marsflug, 2009, De Gruyter
Eric Mazur, Principles and Practice of Physics, Global Edition, 2015, Pearson Education

Inhalt

1. Vorwort 5
2. Energieerhaltung 5
   - 2.1. Energieformen 5
   - 2.2. Energieerhaltung 7
   - 2.3. Nullpunkt der potenziellen Energie 10
   - 2.4. Lösungsstrategie mit Energieerhaltung 16
3. Arbeit einer Kraft 17
   - 3.1. Definition der physikalischen Grösse Arbeit 18
   - 3.2. Lösungsstrategie für Aufgaben mit Arbeit: 26
   - 3.3. Arbeit und Änderung der Energie 27
   - 3.3.1. Arbeit und kinetische Energie 27
   - 3.3.2. Arbeit und potenziellen Energie 28
   - 3.3.3. Arbeit und Federenergie 29
   - 3.3.4. Arbeit und thermische Energie 33
4. Leistung 35

Kapitel 5
Energie

Verwendete Quellen:

Fuchs H. U. (2010), The Dynamics of Heat. A Unified Approach to Thermodynamics and Heat Transfer, Springer, New York
Randall D. Knight, Physics For Scientists and Engineers, 2017, Pearson Education
Douglas C. Giancoli, Physik, 4. Auflage, 2019, Pearson Studium
David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker, Halliday Physik Bachelor Edition, 2. Auflage 2013, Wiley-VCH Berlin
Rainer Müller, Klassische Mechanik-Vom Weitsprung zum Marsflug, 2009, De Gruyter
Eric Mazur, Principles and Practice of Physics, Global Edition, 2015, Pearson Education

1. Vorwort

In unserem Alltag sehen wir Energie als wertvolles Gut, fast wie ein Produkt, das wir kaufen, nutzen und verkaufen können. Es hat einen kommerziellen Wert in der Wirtschaft. In der Wissenschaft dagegen wird Energie als ein theoretisches Konzept in Modellen und Theorien benutzt, das uns hilft, Natur und Technik besser zu verstehen. Wir betrachten Energie in diesem Kurs aus dem wissenschaftlichen Blickwinkel.

Energie ist ein vom Menschen gemachtes Konstrukt (ein theoretisches Konzept, das es so in der Natur nicht gibt). Man kann es vergleichen mit Geld. Auch das Papier, auf dem das Geld gedruckt ist, ist nicht das wert, was wir ihm zumessen. Der Wert des Geldes wird von uns Menschen erschaffen. Aber es vereinfacht den Handel. Natürlich können Sie auch direkt einen Sack Kartoffeln gegen ein Buch tauschen, aber es ist viel einfacher, wenn Sie Ihre Kartoffeln auf dem Markt verkaufen und dafür Geld erhalten und dieses dann wieder bei der Buchhändlerin Ihres Vertrauens gegen ein gutes Buch eintauschen. Genau so verhält es sich nämlich auch mit dem Konzept der Energie in den Naturwissenschaften. Das Konzept ist aufgekommen, als man sich mit Dampfmaschinen beschäftigt hat, und verstehen wollte, wie diese Maschinen funktionieren. Da Wärme und Bewegung oder Elektrizität drei völlig verschiedene Dinge sind (ähnlich wie Kartoffeln und Bücher), konnte man sie nicht direkt miteinander verknüpfen, sondern benötigte dafür ein neues Konzept: die Energie. So konnte man berechnen, wie viel Energie ein Wasserfall freisetzt, wieviel Energie ein Wasserrad aufnimmt. Wieviel Energie das Feuer in einer Dampfmaschine freisetzt und das Schwungrad aufnimmt. Man kann auch berechnen wieviel Energie in dem Wasser eines Stausees gespeichert ist und wieviel Energie die Elektrizität in einem Kraftwerk aufnimmt.

2. Energieerhaltung

2.1. Energieformen

Menschen haben die Tendenz, alles zu klassifizieren. In der Physik spricht man deshalb von verschiedenen *Formen* von Energie. Aber wenn Sie den vorangegangenen Abschnitt gelesen haben, wissen Sie, dass Energie einfach nur Energie ist, und dass wir keine Energieformen benötigen, um das Konzept in technischen und natürlichen Prozessen anzuwenden. Item, die Physiker:innen sprechen von Energieformen und sie sagen auch, dass Energieformen ineinander umgewandelt werden. Deshalb verwenden wir diese Terminologie (wenn auch widerwillig) hier. Wichtig ist aber das Prinzip der Energieerhaltung. Es besagt, dass die Gesamtenergie eines abgeschlossenen Systems konstant bleibt.

Hier sind die in der Folge verwendeten Energieformen:

Kinetische Energie

Die kinetische Energie ist die Energie, die angibt, wieviel Schwung ein Objekt hat. Je schneller sich ein Objekt bewegt und je schwerer es ist, umso grösser ist seine kinetische Energie. Ist ein Objekt in Ruhe, so ist seine kinetische Energie null. Für ein Objekt der Masse m, dessen Geschwindigkeit v weit unterhalb der Lichtgeschwindigkeit liegt, ist die kinetische Energie definiert als:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$$

Beachten Sie, dass der Wert der Geschwindigkeit und somit auch der kinetischen Energie vom Referenzsystem abhängt, in dem wir die Geschwindigkeit messen!

Potenzielle Energie

Befindet sich ein Objekt in einem Feld (elektrisches, magnetisches oder Gravitationsfeld). Dann schreibt man dem System Feld--Objekt eine potenzielle Energie zu.

Der einfachste Fall ist das homogene Gravitationsfeld an der Erdoberfläche. Hier wirkt eine konstante Gravitationskraft $F_G = mg$. Hebt man ein System ein Stück höher, steigt seine potenzielle Energie. Die potenzielle Energie ist proportional zur Höhe y. Ihr Wert ist:

$$E_{pot} = mgy$$

Auch hier hängt der Wert der potenziellen Energie vom gewählten Nullpunkt ab. Betrachten Sie zum Beispiel ein Buch (Masse 1.0 kg), das auf einem Tisch liegt. Sie können den Nullpunkt der potenziellen Energie auf dem Erdboden, ca. 1.0 m unterhalb der Tischplatte wählen, dann ist

$$E_{pot} = mgy = (1.0\,kg)(9.81\,N/kg)(1\,m) = 9.81\,J$$

Sie können aber auch die Nullpunktsenergie genau auf der Tischplatte wählen, dann ist

$$E_{pot} = mgy = (1.0\,kg)(9.81\,N/kg)(0\,m) = 0\,J$$

Sie können auch den Nullpunkt an der Zimmerdecke wählen, ca. 2.0 m oberhalb des Buches, dann ist

$$E_{pot} = mgy = (1.0\,kg)(9.81\,N/kg)(-2\,m) = -19.62\,J$$

Federenergie, Spannenergie, elastische Energie

Eine Feder kann Energie speichern, wenn sie zusammengedrückt oder wenn sie auseinandergezogen wird. Dafür findet man ganz viele Ausdrücke: Federenergie, Spannenergie, elastische Energie, oder auch ''innere Energie der Feder''. Die Namen sind hier nicht so wichtig. Wir wählen als Referenzkonfiguration jene Anordnung, bei der sich die Feder im entspannten Zustand befindet. Der potenziellen Energie dieser Konfiguration ordnen wir den Wert Null zu. Dann wird die in der Feder gespeicherte Energie:

$$E_{Feder} = \frac{1}{2}kx^2$$

wobei x die Längenänderung relativ zur entspannten Feder ist, k ist die Federkonstante. Da x im Quadrat steht, ist die Federenergie immer positiv.

Wir werden im späteren Verlauf dieses Kurses noch die Wärme kennenlernen, auch sie ist eine Energieform. Es gibt noch viele andere Energieformen, die wir in diesem Kurs nicht betrachten: Elektrische Energie, dies von der elektrischen Ladung transportiert und in einem elektrischen Feld gespeichert werden kann. Magnetische Energie, di in einem Magnetfeld gespeichert wird. Chemische Energie, die bei chemischen Reaktionen freigesetzt oder aufgenommen werden kann. Zum Beispiel geben Lebensmittel, die wir essen, bei der Verdauung chemische Energie in Form von Wärme und Arbeit ab. Strahlungsenergie, die vom Licht (Alpha- oder Betateilchen, Photonen oder Lichtwellen) übertragen wird. Kernenergie, die durch Kernreaktionen, wie Kernfusion (wie in der Sonne) oder Kernspaltung (in Kernkraftwerken) freigesetzt wird.

Diese Energieformen können transportiert werden, in andere Energieformen umgewandelt werden oder gespeichert werden. Zum Beispiel wandelt eine Batterie chemische Energie in elektrische

Energie um, und eine Glühbirne wandelt elektrische Energie in Licht (Strahlungsenergie) und Wärme (thermische Energie) um.

Egal um welche Form es sich handelt, Energie ist Energie. Energie ist eine skalare Grösse. Die SI-Einheit der Energie ist das Joule (J).

2.2. Energieerhaltung

Das Prinzip der Energieerhaltung ist ein fundamentales Konzept in der Physik und besagt, dass die Gesamtenergie eines abgeschlossenen Systems immer konstant bleibt. Das heisst, Energie kann weder erzeugt noch vernichtet werden, sondern nur von einer Form in eine andere umgewandelt, transportiert und gespeichert werden. Auch wenn die Gesamtenergie eines Systems konstant bleibt, kann die Energie innerhalb des Systems zwischen verschiedenen Formen umgewandelt werden. Beispielsweise kann potenzielle Energie (z.B. eines angehobenen Gegenstandes) in kinetische Energie (wenn der Gegenstand fällt) umgewandelt werden und umgekehrt.

Das Prinzip gilt für nur für abgeschlossene Systeme. Das bedeutet, dass keine Energie in das System hinein oder aus ihm herausfliesst. In der Praxis gibt es kaum vollkommen abgeschlossene Systeme, aber das Konzept ist dennoch nützlich, um viele physikalische Prozesse zu beschreiben.

In der Praxis zeigt das Prinzip der Energieerhaltung, dass, wenn Energie in einem System zu verschwinden scheint, sie tatsächlich in eine andere Form (meistens Wärme) umgewandelt wurde oder auf ein anderes System übertragen wurde. Es erinnert uns daran, das "grosse Bild" zu betrachten und nach verborgenen Energieumwandlungen zu suchen.

In der Folge werden wir ein paar Beispiele untersuchen, die Illustrieren sollen, wie wir das Konzept der Energieerhaltung anwenden können.

Beispiel: Steinwurf

Sie werfen einen Stein von 20 g vertikal in die Höhe. Wie hoch wird der Stein steigen?

Lösung

Als allererstes sollten Sie auch bei der Energiebetrachtung eine Skizze machen, die den Anfangs- und Endzustand der Bewegung zeigt, diese ist in Abbildung gezeigt.

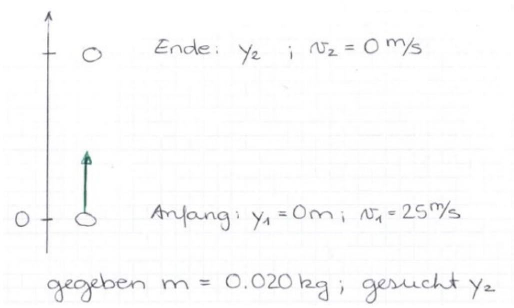


Abbildung 1 Sie werfen einen Stein von 20 g vertikal in die Höhe. Wie hoch wird der Stein steigen?

Dann legen Sie die Systemgrenzen fest: In diesem Fall der Stein und die Erde.

Drittens fragen Sie sich, ob das System abgeschlossen ist, oder ob noch irgendeine Kraft von ausserhalb der Systemgrenzen auf den Stein wirkt. Nehmen wir an, der Luftwiderstand sei vernachlässigbar, dann wirkt auf den Stein nur die Gravitationskraft und die ist im System Stein-Erde enthalten. Also ist das System abgeschlossen und somit die Summe der Energien im Innern des Systems erhalten.

Es kommen nur kinetische und potenziellen Energie in diesem Beispiel vor. Die Summe von kinetischer und potenzieller Energie ist zu jedem Zeitpunkt dieselbe:

$$E_{tot} = E_{kin} + E_{pot}$$

Wählen wir als ersten Zeitpunkt der Moment, wo der Stein die Hand verlässt und als zweiten, den Moment, wo der Stein seine maximale Höhe erreicht hat. Dann gilt:

$$E_{tot}(t_1) = E_{tot}(t_2)$$

$$E_{kin}(t_1) + E_{pot}(t_1) = E_{kin}(t_2) + E_{pot}(t_2)$$

$$\frac{1}{2}mv(t_1)^2 + mgy(t_1) = \frac{1}{2}mv(t_2)^2 + mgy(t_2)$$

wobei $v(t_1) = 35$ m/s und $v(t_2) = 0$, weil auf der maximalen Höhe der Umkehrpunkt der Bewegung ist. Wir können $y(t_1) = 0$ m setzen, damit:

$$\frac{1}{2}mv(t_1)^2 + 0 = 0 + mgy(t_2)$$

daraus:

$$y(t_2) = \frac{\frac{1}{2}v(t_1)^2}{g} = \frac{\frac{1}{2}(25\ m/s)^2}{9.81\frac{N}{kg}} = 32\ m$$

Dasselbe Resultat erhalten Sie auch mit einer einfachen kinematischen Überlegung.

Betrachten wir das Beispiel näher: Zu Beginn der Bewegung besitzt der Stein maximale kinetische Energie, während seine potenzielle Energie null beträgt. Während er an Höhe gewinnt und an Geschwindigkeit verliert, wird die kinetische Energie zunehmend in potenzielle Energie umgewandelt. Am höchsten Punkt seiner Bahn, dem Umkehrpunkt, erreicht seine Geschwindigkeit den Wert null – und damit auch seine kinetische Energie. Hier ist die potenzielle Energie am höchsten und entspricht genau der anfänglichen kinetischen Energie des Steins. Beginnt der Stein dann zu fallen, verringert sich seine potenzielle Energie stetig. Gleichzeitig erhöht sich seine Geschwindigkeit, wodurch die potenzielle Energie zurück in kinetische Energie transformiert wird. Bei Erreichen des Bodens ist die potenzielle Energie wieder null, während die kinetische Energie ihr ursprüngliches Maximum erreicht. Dieser Energieaustausch wird in Abbildung 3 mithilfe von Balkendiagrammen veranschaulicht.

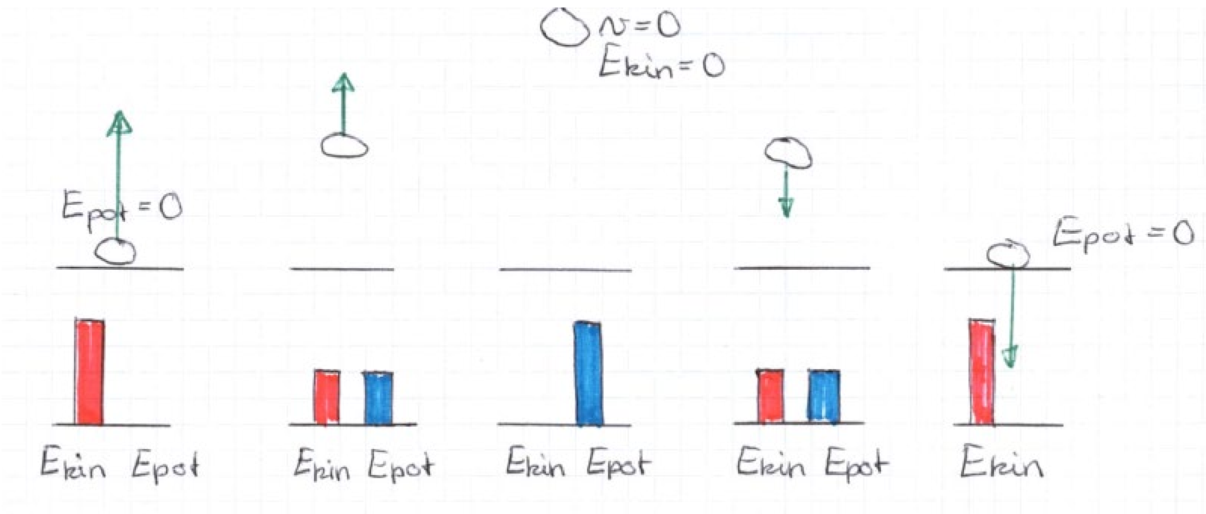


Abbildung 2 Energie-Balken-Diagramm für den Stein, der in die Höhe geworfen wird. Der rote Balken stellt die kinetische Energie und der blaue Balken die potenzielle Energie des Steins dar.

Um Probleme zu lösen ist es hilfreich, die Balkendiagramme in der Form zu benutzen, wie das in Abbildung 3 gezeigt wird. Hier wurden die Balkendiagramme für den Anfangs- und Endzustand aufgetragen und gleichgesetzt.

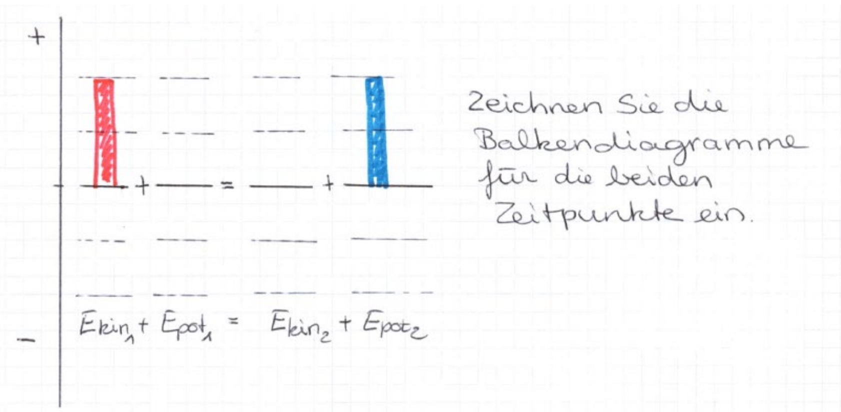


Abbildung 3 Vereinfachtes Balkendiagramm

2.3. Nullpunkt der potenziellen Energie

Der Wert der potenziellen Energie $E_{pot} = mgy$ hängt davon ab, wo man den Koordinatenursprung wählt. Die potenzielle Energie eines Buches, das hoch über einem Tisch gehalten wird, hängt z. B. davon ab, ob wir y von der Oberfläche des Tisches, vom Fussboden oder von einem anderen Bezugspunkt aus messen. Nur die Änderung der potenziellen Energie ist physikalisch von Bedeutung. Wir können somit die potenzielle Energie in einem beliebigen Punkt, der zweckmässig ist, gleich null wählen, müssen aber während einer gegebenen Aufgabenstellung diesen Punkt konsequent beibehalten. Die Änderung in der potenziellen Energie zwischen zwei beliebigen Punkten hängt nicht von der Wahl des Bezugspunktes ab.

Beispiel: Nullpunkt der potenziellen Energie

Ein 1 kg schwerer Stein wird aus 1 m Höhe fallen gelassen. Anna hat den Ursprung ihres Koordinatensystems am Boden festgelegt und Otto hat den Ursprung seines Koordinatensystems auf 1 m über den Boden gelegt. Berechnen sie aus beiden Perspektiven (Anna und Otto) die Geschwindigkeit des Steins beim Aufprall.

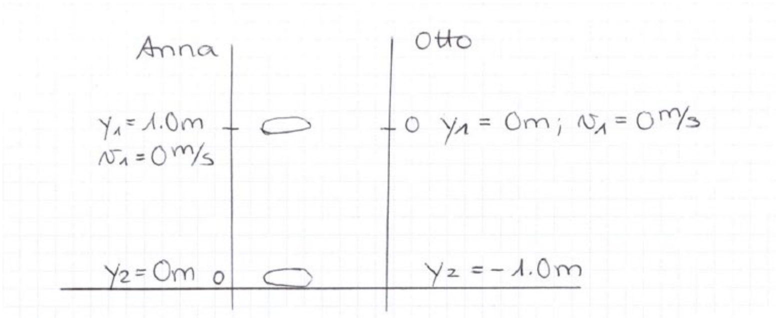


Abbildung 4 Ein 1 kg schwerer Stein wird aus 1 m Höhe fallen gelassen. Anna hat den Ursprung ihres Koordinatensystems am Boden festgelegt und Otto hat den Ursprung seines Koordinatensystems auf 1 m über den Boden gelegt.

Lösung

Zuerst machen wir eine Skizze, die den Anfangs- und Endzustand der Bewegung zeigt, diese ist in Abbildung 5 gezeigt.

Dann legen wir die Systemgrenzen fest: In diesem Fall der Stein und die Erde.

Drittens fragen wir uns, ob das System abgeschlossen ist, oder ob noch irgendeine Kraft von ausserhalb der Systemgrenzen auf den Stein wirkt. Nehmen wir an, der Luftwiderstand sei vernachlässigbar, dann wirkt auf den Stein nur die Gravitationskraft und die ist im System Stein--Erde enthalten. Also ist das System abgeschlossen und somit die Summe der Energien im Innern des Systems erhalten.

Es kommen nur kinetische und potenziellen Energie in diesem Beispiel vor. Die Summe von kinetischer und potenzieller Energie ist zu jedem Zeitpunkt dieselbe:

$$E_{tot} = E_{kin} + E_{pot}$$

Wählen wir als ersten Zeitpunkt der Moment, wo der Stein die Hand verlässt und als zweiten, den Moment, wo der Stein auf den Boden auftrifft. Dann gilt:

$$E_{tot}(t_1) = E_{tot}(t_2)$$

$$E_{kin}(t_1) + E_{pot}(t_1) = E_{kin}(t_2) + E_{pot}(t_2)$$

$$\frac{1}{2}mv(t_1)^2 + mgy(t_1) = \frac{1}{2}mv(t_2)^2 + mgy(t_2)$$

Aus Annas Perspektive ist $y(t_1) = 1.0$ m und $y(t_2) = 0$ m. aus Ottos Perspektive ist $y(t_1) = 0$ m und $y(t_2) = -1.0$ m. Für beide gilt $v(t_1) = 0$ m/s

Anna würde also schreiben:

$$0 + (1.0\,kg)(9.81\,N/kg)(1.0\,m) = \frac{1}{2}(1.0\,kg)v(t_2)^2 + (1.0\,kg)(9.81\,N/kg)(0\,m)$$

daraus:

$$v(t_2) = \sqrt{\frac{2(1.0\,kg)(9.81\,N/kg)(1.0\,m)}{(1.0\,kg)}} = 4.4\text{ m/s}$$

Otto würde schreiben:

$$0 + 0 = \frac{1}{2}(1.0\,kg)v(t_2)^2 + (1.0\,kg)(9.81\,N/kg)(-1.0\,m)$$

daraus:

$$v(t_2) = \sqrt{\frac{2(1.0\,kg)(9.81\,N/kg)(1.0\,m)}{(1.0\,kg)}} = 4.4\text{ m/s}$$

was dasselbe Resultat ergibt.

Die Änderung der potenziellen Energie ist in beiden Fällen dieselbe: $\Delta E = 9.81\,J$. In Abbildung 6 sind noch die beiden Balkendiagramm von Anna und Otto aufgezeichnet, auch hier sieht man, dass die Energieänderung von Zustand 1 zu Zustand 2 in beiden Fällen gleich ist.

Sie können also den Nullpunkt für die potenziellen Energie frei wählen.

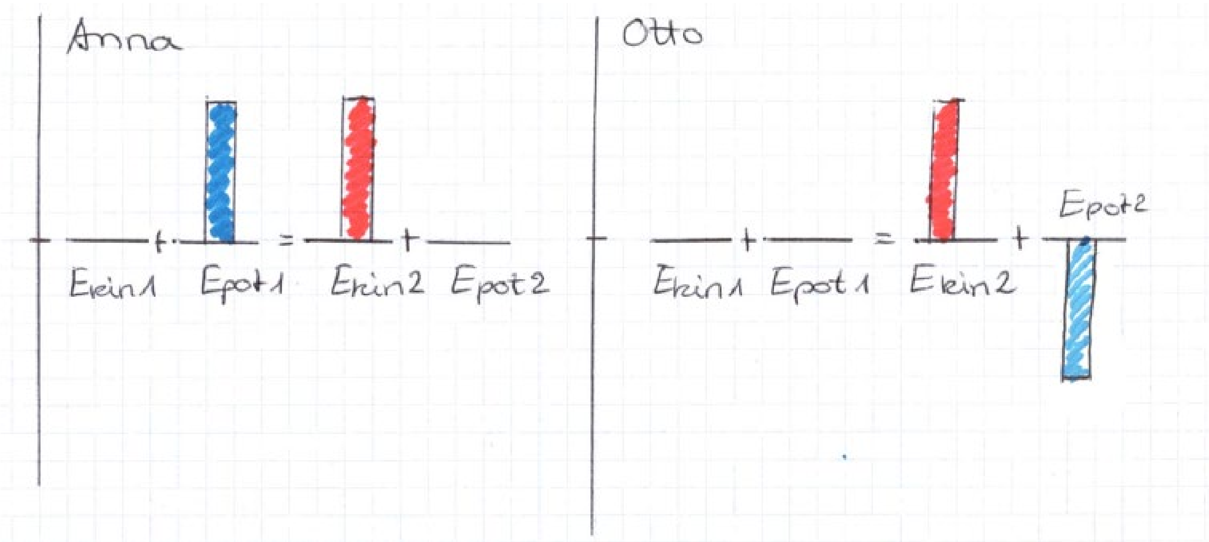


Abbildung 5 Balkendiagramm aus der Sicht von Anna und Otto.

Beispiel: Pendel

Abbildung 7 zeigt ein Pendel, dessen Masse in dem Pendel an seinem unteren Ende konzentriert ist, und hin und her schwingt, ohne Reibung. Die Abbildung zeigt einen vollständigen Zyklus der Bewegung. Während des Zyklus verändern sich die Werte der potenziellen und kinetischen Energie des Systems Pendel-Erde mit dem Auf- und Abstieg des Pendels, doch die mechanische Energie des Systems bleibt konstant. Die Energie verlagert sich kontinuierlich von der kinetischen zur potenziellen Energie und umgekehrt.

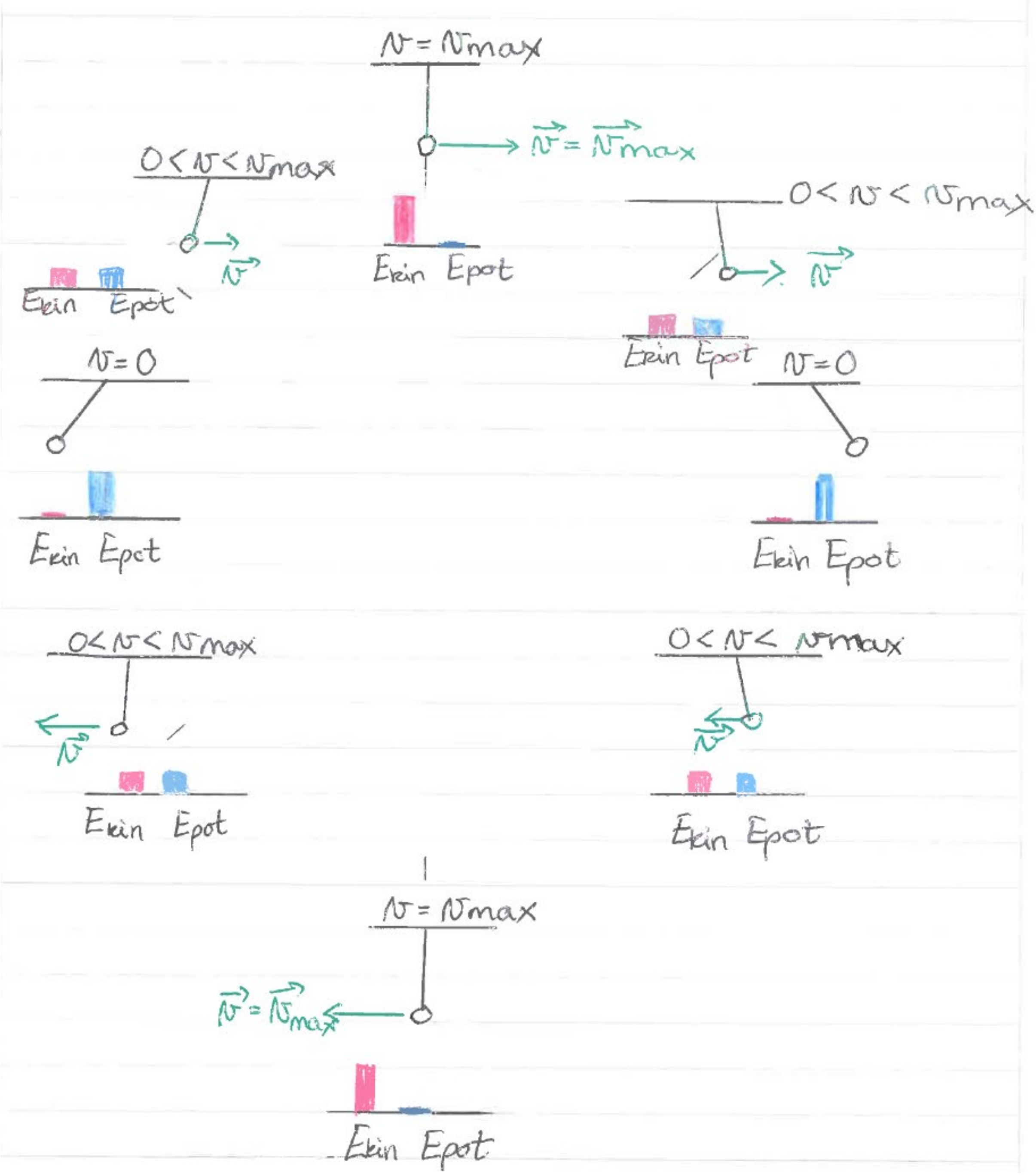


Abbildung 6 Ein Pendel, dessen Masse in dem Pendel an seinem unteren Ende konzentriert ist, schwingt hin und her. Die Abbildung zeigt einen vollständigen Zyklus der Bewegung. Während des Zyklus verändern sich die Werte der potenziellen und kinetischen Energie des Systems Pendel-Erde mit dem Auf- und Abstieg des Pendels, doch die mechanische Energie des Systems bleibt konstant. Die Energie verlagert sich kontinuierlich von der kinetischen zur potenziellen Energie und umgekehrt.

Beispielaufgabe: Spielzeugpistole

Taucht in einem Beispiel zusätzlich noch ein elastisches Element auf, eine Feder, ein Gummiseil, etc. Dann muss die in der Feder gespeicherte Energie mitberücksichtigt werden.

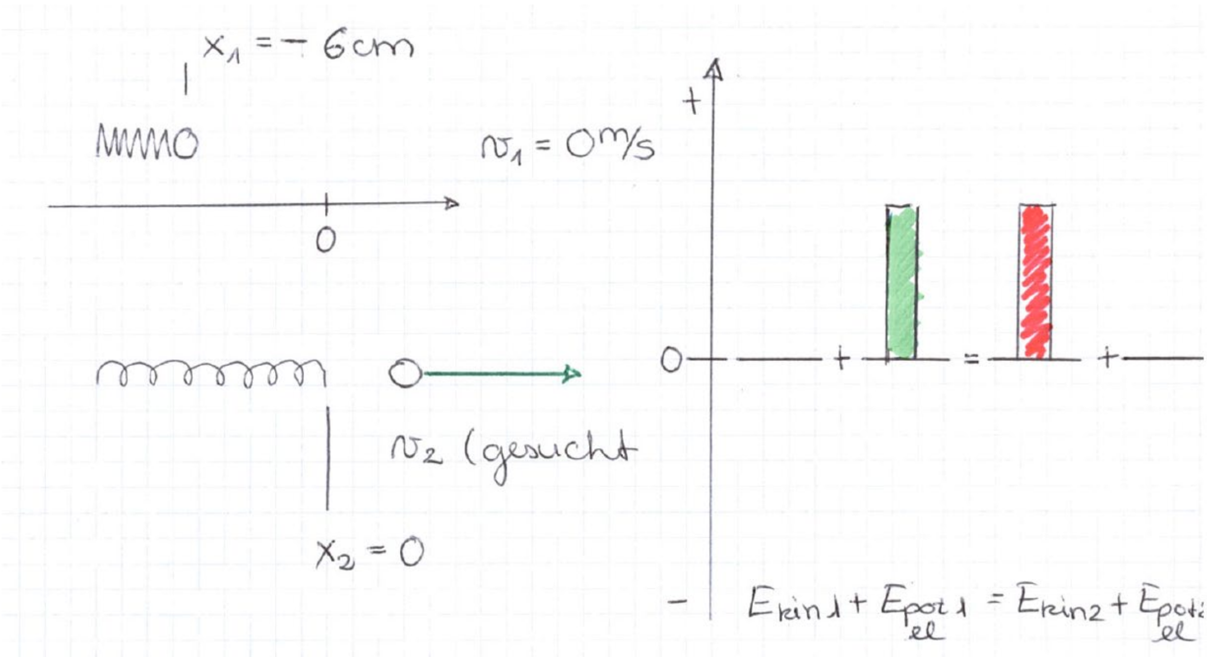


Abbildung 7 Links: Ein Pfeil wird gegen eine Feder gedrückt und drückt diese 6,0 cm zusammen. Dann wird der Pfeil losgelassen und verlässt die Feder mit hoher Geschwindigkeit (v2). Rechts: Balkendiagramm.}

Ein Pfeil mit einer Masse von 0.100 kg wird gegen die Feder einer Spielzeugpistole gedrückt, wie in der Abbildung 8 dargestellt. Die Feder (mit einer Federkonstante von 250 N/m) wird 6.0 cm zusammengedrückt und losgelassen.

Wie gross ist die Geschwindigkeit, die der Pfeil erreicht, wenn er sich in dem Moment von der Feder löst, in dem diese ihre Ausgangslänge erreicht?

Lösung

In horizontaler Richtung wirkt nur die von der Feder ausgeübte Kraft auf den Pfeil. Die Reibung vernachlässigen wir. Vertikal wird die Gravitation durch die von dem Pistolenlauf auf den Pfeil ausgeübte Normalkraft ausgeglichen. Nachdem der Pfeil den Lauf verlassen hat, folgt er der Bahn eines Geschosses unter Einwirkung der Gravitation. Das System Pistole-Pfeil-Erde ist also abgeschlossen und damit die Summe von kinetischer, potenzieller und elastischer Energie konstant. Die Kugel ändert ihre Höhe in diesem Fall nicht, damit ist auch die potenzielle Energie der Gravitation dieselbe für Anfangs- und Endzustand.

In Abbildung 8 sind der Anfangs- und Endzustand der Bewegung, die wir hier betrachten, skizziert. Auch das Energiebalkendiagramm ist eingezeichnet. Da die potenzielle Energie der Gravitation auf beiden Seiten der Gleichung dieselbe ist, wurde sie hier nicht aufgeführt.

Die Energieerhaltung lautet:

$$E_{tot}(t_1) = E_{tot}(t_2)$$

$$E_{kin}(t_1) + E_{pot}(t_1) = E_{kin}(t_2) + E_{pot}(t_2)$$

$$\frac{1}{2}mv(t_1)^2 + mgy(t_1) + \frac{1}{2}kx(t_1)^2 = \frac{1}{2}mv(t_2)^2 + mgy(t_2) + \frac{1}{2}kx(t_2)^2$$

mit $v(t_1) = 0$ m/s und $y(t_1) = y(t_2)$ und $x(t_2) = 0$ m, weil die Feder im Endzustand vollständig entspannt ist, vereinfacht sich die Gleichung:

$$\frac{1}{2}kx(t_1)^2 = \frac{1}{2}mv(t_2)^2$$

daraus die Endgeschwindigkeit:

$$v(t_2) = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot x(t_1) = \sqrt{\frac{(250\ N/m)}{(0.100\ kg)}} \cdot (0.06\ m) = 3.0\ m/s$$

Beispielaufgabe: Eine Kugel fällt auf eine Feder

Ein Ball mit einer Masse m=2.60 kg, der aus der Ruhelage startet, fällt einen vertikalen Weg h=55.0 cm, bevor er auf eine vertikal angeordnete Spiralfeder trifft, die er um einen Betrag Y= 15.0 cm zusammendrückt (siehe Abbildung 9). Bestimmen Sie die Federkonstante der Feder.

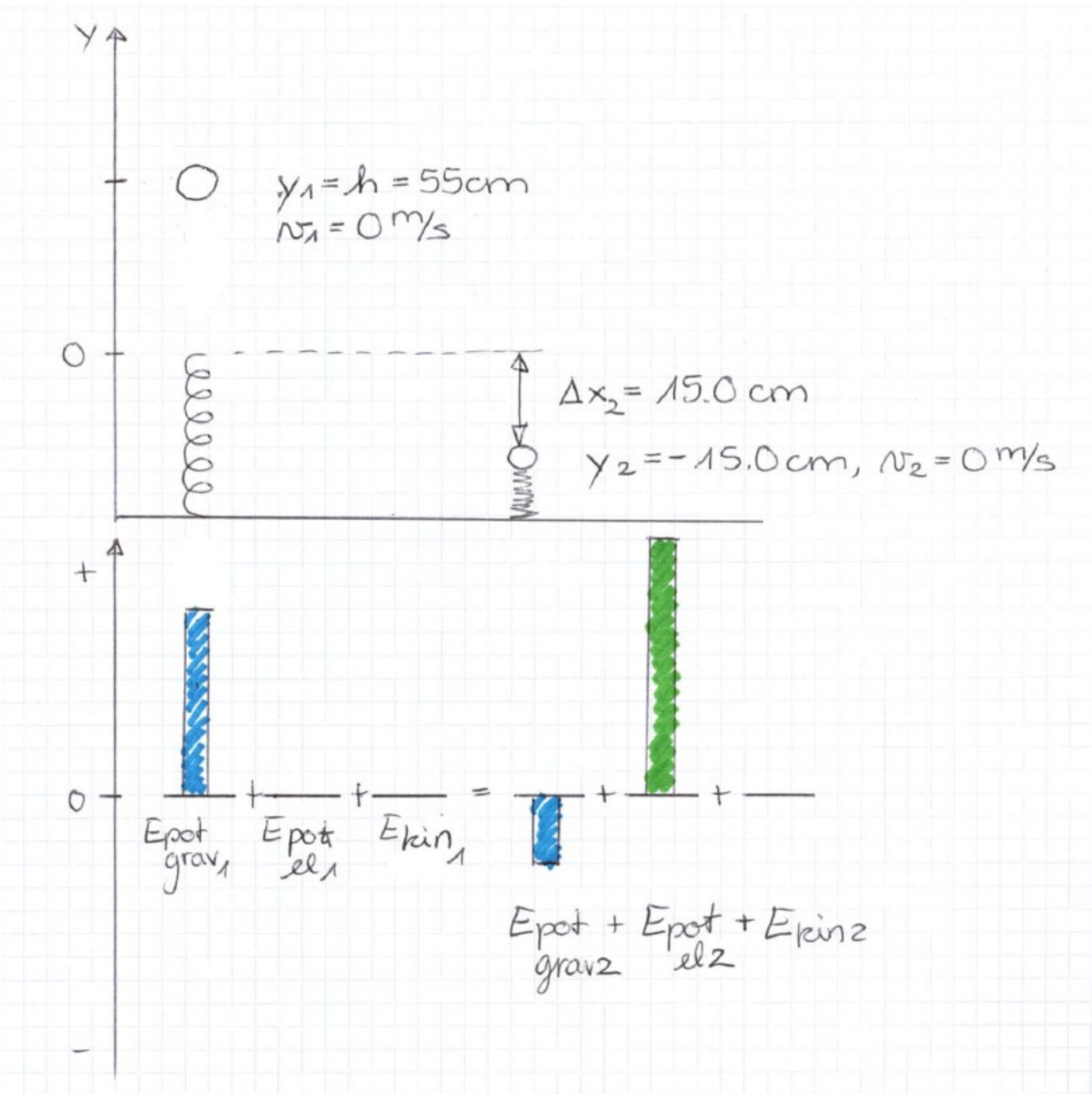


Abbildung 8 Ein Ball mit einer Masse m=2.60 kg, der aus der Ruhelage startet, fällt einen vertikalen Weg h=55.0 cm, bevor er auf eine vertikal angeordnete Spiralfeder trifft, die er um einen Betrag $Y= 15.0$\,cm zusammendrückt.

Lösung

Wir nehmen an, dass die Masse der Feder vernachlässigt werden kann. Wir nehmen weiterhin an, dass die Feder dem Hookschen Gesetz folgt, es keine interne Reibung gibt und dass der Luftwiderstand vernachlässigbar ist. Das System Erde--Kugel--Feder ist somit abgeschlossen. Jetzt ist noch die Frage nach dem Koordinatenursprung. Im Prinzip können wir den Koordinatenursprung am Boden wählen, aber es ist günstiger, wenn wir alle Wege von dem Punkt aus, in dem der Ball zum ersten Mal auf die entspannte Feder trifft (y=0 in diesem Punkt) messen.

In Abbildung 9 sind der Anfangs- und Endzustand der Bewegung, die wir hier betrachten, skizziert. Auch das Energiebalkendiagramm ist eingezeichnet.

Die Energieerhaltung lautet:

$$E_{tot}(t_1) = E_{tot}(t_2)$$

$$E_{kin}(t_1) + E_{pot}(t_1) = E_{kin}(t_2) + E_{pot}(t_2)$$

$$\frac{1}{2}mv(t_1)^2 + mgy(t_1) + \frac{1}{2}kx(t_1)^2 = \frac{1}{2}mv(t_2)^2 + mgy(t_2) + \frac{1}{2}kx(t_2)^2$$

wobei die Anfangs- und Endgeschwindigkeit gleich null ist, daraus folgt:

$$0 + mgy_1 + 0 = 0 + mgy_2 + \frac{1}{2}k(\Delta x_2)^2$$

Daraus kann man die Federkonstante berechnen:

$$k = \frac{2mg(y_1 - y_2)}{2(\Delta x)^2} = \frac{2(2.60\ kg)(9.81\ N/kg)(0.550 - (-0.150\ m))}{2(1.50\ m)^2} = 1580\ N/m$$

2.4. Lösungsstrategie mit Energieerhaltung

1. Wie beim Newtonschen Gesetz sollten Sie zuerst das betrachtete System festlegen und es gedanklich von seiner Umgebung isolieren. Zusätzlich zum Bestimmen der Systemgrenzen, muss aber noch die Zeitdauer festgelegt werden, über die man das System beobachten will. Je nach Wahl dieses Intervalls liefert der Energiesatz verschiedene Aussagen, die mehr oder weniger nützlich sein könnten.
2. Handelt es sich um ein offenes oder geschlossenes System? Offene Systeme: Kräfte wirken über die Systemgrenzen hinweg. Abgeschlossene Systeme: Alle Kräfte wirken innerhalb des Systems.

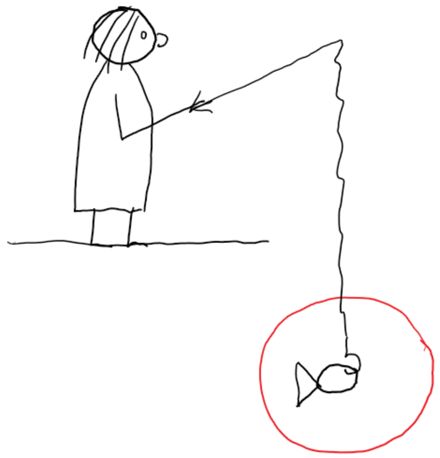


Abbildung 9 Ein Fisch hängt an einer Angel.

Ein Beispiel ist in Abbildung 1 gezeigt: Zieht man die Systemgrenzen, wie in der Abbildung gezeigt, um den Fisch herum, so handelt es sich um ein offenes System. Die Zugkraft der Angelschnur wirkt über die Systemgrenze hinweg.

3. Sobald Sie Systemgrenzen, Anfangs- und Endzeitpunkt Ihres Prozesses festgelegt haben, können Sie im System nach Energieformen suchen. Betrachten Sie das System zum Anfangszeitpunkt t1 und spüren Sie alle Energieformen auf, dies sich innerhalb der Systemgrenzen verbergen.
4. Berechnen Sie die Gesamtenergie des Systems zum Zeitpunkt t1, indem Sie kinetische Energie, potenziellen Energie, Spannenergie, usw. aller System im System addieren. Anschliessend berechnen Sie auch die Gesamtenergie für den Zeitpunkt t2.

   Jedem System wird zu einem bestimmten Zeitpunkt eine Gesamtenergie E_{tot} zugeordnet:

$$E_{tot} = E_{kin} + E_{pot} + E_{Feder} + \cdots$$

5. Zeichnen Sie ein Balkendiagramm, es hilft Ihnen, den Überblick zu behalten. In einem Balkendiagramm wird jede Energieform als Balken mit einer bestimmten Farbe dargestellt. Die Grösse des Balkens soll für den Wert der Energie stehen. Die Summe der Höhen der Balken bildet die Gesamtenergie ab. Das bedeutet, dass die Summe aller Balken zum Zeitpunkt t1 gleich sein muss zur Summe aller Balken zum Zeitpunkt t2
6. Für abgeschlossene Systeme nimmt der Energiesatz eine sehr einfache Form an:

$$E_{tot}(t_1) = E_{tot}(t_2)$$

3. Arbeit einer Kraft

In den vorangegangenen Abschnitten haben wir uns auf die Energieerhaltung in geschlossenen Systemen konzentriert. In geschlossenen Systemen ist die Gesamtenergie erhalten, also konstant.

$$E = \text{konst}$$

Oder anders ausgedrückt

$$\Delta E = 0$$

Die Energie eines Systems ändert sich nicht. Es kann zwar Energie von kinetischer auf potenziellen oder auf Federenergie umgelagert werden, aber die Summe dieser drei Energieformen bleibt konstant.

In diesem Abschnitt schauen wir uns an, was passiert, wenn das System offen ist und wie zum Beispiel in Abbildung 1 eine Kraft von aussen auf das System wirkt. In diesem Fall die Angelschnur, die den Fisch hochzieht. Die Kraft der Angelschnur bewirkt, dass der Fisch nach oben beschleunigt wird ($F_{res} = ma$). Der Fisch wird schneller, seine kinetische Energie nimmt zu, auch die potenzielle Energie nimmt zu, weil der Fisch nach oben gezogen wird. Damit ist die Summe von kinetischer und potenzieller Energie nicht mehr konstant. Es wird dem System von aussen Energie zugeführt. Wir nennen diese Energie, die zugeführt wird, die Arbeit W_{ext} der Kraft der Angelschnur und die Energieerhaltungsgleichung schreibt sich jetzt:

$$\Delta E = W_{ext}$$

Wobei E die Summe aller in dem System vorkommenden Energieformen (potenziellen, kinetische, elastische, thermische usw.) ist und W_{ext} die Gesamtarbeit, die alle von aussen auf das System wirkenden Kräfte an ihm verrichten.

Einen Überblick über offene und geschlossene Systeme finden Sie in Abbildung 10. Links ist ein geschlossenes System gezeigt. Es wird weder Energie zu- noch abgeführt. Die Energie des Systems ist konstant. Es gibt einen Austausch zwischen verschiedenen Formen von Energie. Rechts ist ein offenes System gezeigt, an dem eine Kraft Arbeit verrichtet. Je nach Wirkung der Kraft, wird dem System Energie zu- oder abgeführt.

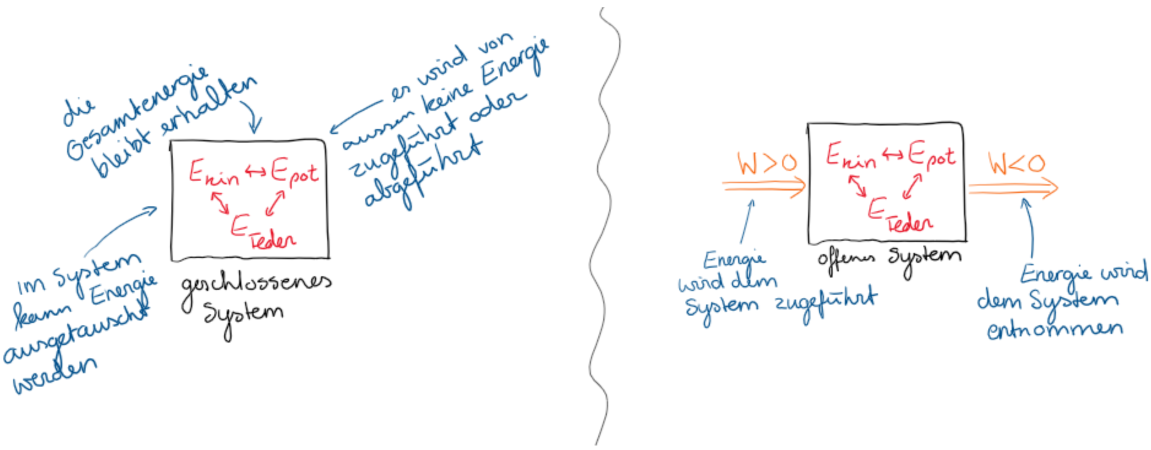


Abbildung 10 Links ein geschlossenes System ohne Energie zu- oder abfuhr nach aussen und rechts ein offenes System an dem eine Kraft Arbeit verrichtet.

3.1. Definition der physikalischen Grösse Arbeit

Das Wort Arbeit hat in der Physik eine sehr spezifische Bedeutung und hat nichts mit dem zu tun, was wir im Alltag darunter verstehen. In der Physik beschreibt die Grösse, wieviel Energie durch die Einwirkung einer Kraft, die über eine bestimmte Strecke auf ein System einwirkt, zu oder abgeführt wird. Die an einem System von einer Kraft verrichtete Arbeit W ist definiert als das Skalarprodukt aus dem Verschiebungsvektor $\overrightarrow{\Delta r}$ und dem Kraftvektor $\vec{F}$:

$$W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta r}$$

Ist der Kraftvektor $\vec{F}$ konstant in Betrag und Richtung, dann gibt das:

$$W = F_{//} \cdot \Delta r$$

Dabei ist $F_{//}$ die Komponente der konstanten Kraft $\vec{F}$ parallel zum Verschiebungsvektor$\overrightarrow{\Delta r}$ ist. Diese kann auch geschrieben werden als:

$F_{//} = F \cos\theta$

Dabei ist F der Betrag der konstanten Kraft und θ der Winkel zwischen der Richtung des Kraft- und des Verschiebungsvektors.

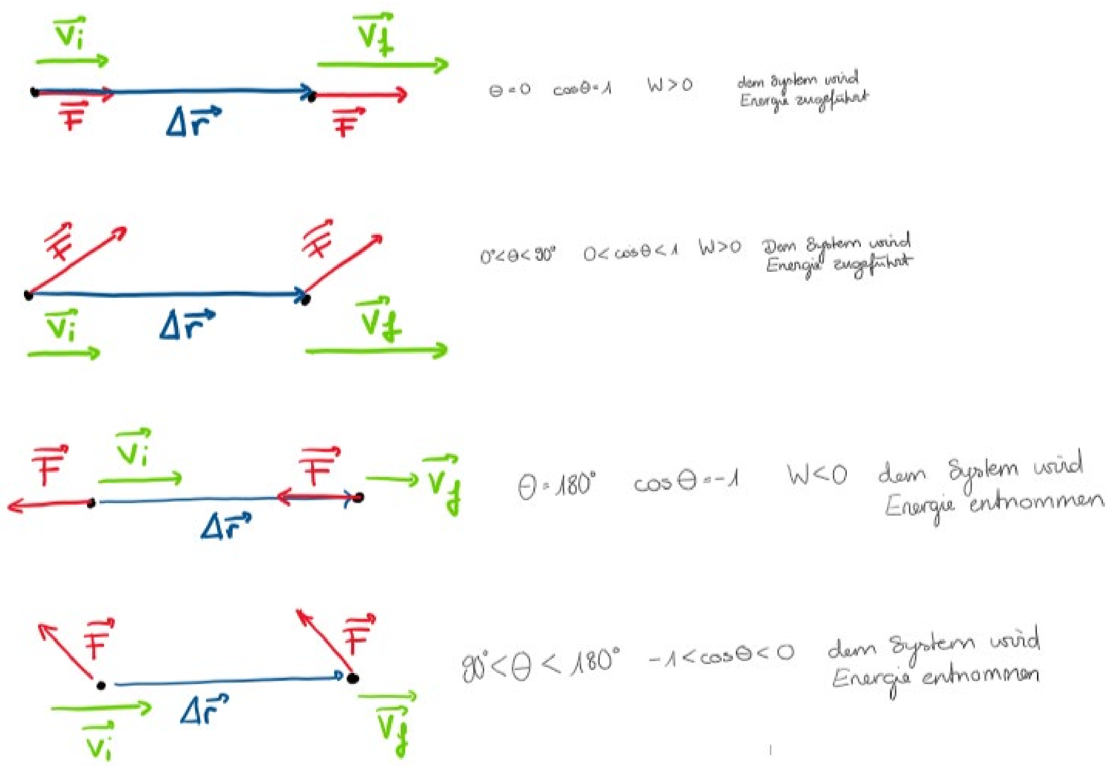
Damit ergibt sich die Form für die Arbeit, welche wir im Folgenden immer Nutzen werden:

$$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos\theta$$

Dabei ist F der Betrag der Kraft, $\overrightarrow{\Delta r}$ der Betrag der Verschiebung des Systems und θ der Winkel zwischen der Richtung der Kraft und der Richtung des Weges.

Die Einheit der Arbeit ist N · m, das ist gleich zu Joule. Arbeit ist Energie. Man verwendet immer Joule für die Arbeit.

Die Arbeit ist eine skalare Grösse. Sie kann positiv oder negativ sein. Bei der Berechnung der Arbeit wird der Betrag der Kraft und der Betrag der Verschiebung verwendet. Beides sind positive Grössen. Das Vorzeichen der Arbeit rührt vom Winkel zwischen Kraft- und Verschiebungsvektor:



Die Arbeit ist eine skalare Grösse. Sie kann positiv oder negativ sein. Bei der Berechnung der Arbeit wird der Betrag der Kraft und der Betrag der Verschiebung verwendet. Beides sind positive Grössen. Das Vorzeichen der Arbeit rührt vom Winkel zwischen Kraft- und Verschiebungsvektor.

1. Ist der Winkel zwischen Kraft- und Verschiebungsvektor gleich Null, sind also beide Vektoren parallel und zeigen in dieselbe Richtung, dann ist der Kosinus dieses Winkels gleich Eins (1) und die Arbeit die von der Kraft $\vec{F}$ an dem Objekt verrichtet wird ist $W = F \cdot \Delta r$. Sie ist positiv, dem System wird Energie zugeführt.
2. Liegt der Winkel zwischen Kraft- und Verschiebungsvektor zwischen 0° und 90°, so ist der Kosinus dieses Winkels positiv und die Arbeit die von der Kraft $\vec{F}$ an dem Objekt verrichtet wird ist positiv, dem System wird Energie zugeführt.
3. Ist der Winkel zwischen Kraft- und Verschiebungsvektor gleich 90°, sind also beide Vektoren orthogonal, dann ist der Kosinus dieses Winkels gleich Null und die Arbeit, die von der Kraft $\vec{F}$ an dem Objekt verrichtet wird ist auch Null. Durch die Kraft $\vec{F}$ wird dem Objekt weder Energie zu- noch abgeführt.
4. Liegt der Winkel zwischen Kraft- und Verschiebungsvektor zwischen 90° und 180°, so ist der Kosinus dieses Winkels negativ und die Arbeit die von der Kraft $\vec{F}$ an dem Objekt verrichtet wird ist negativ, vom System wird Energie abgeführt.
5. Ist der Winkel zwischen Kraft- und Verschiebungsvektor gleich 180°, sind also beide Vektoren parallel und entgegen gerichtet, dann ist der Kosinus dieses Winkels gleich Minus Eins (-1) und die Arbeit die von der Kraft $\vec{F}$ an dem Objekt verrichtet wird ist $W = -F \cdot \Delta r$. Sie ist negativ, vom System wird Energie abgeführt.

Beispiel: An einer Kiste verrichtete Arbeit 1

In der Abbildung 11 ist eine Kiste gezeigt, die mit einer Schnur über einen horizontalen ebenen Boden gezogen wird. Die Kraft des Seils auf die Kiste ist F_Z =20 N stark. Der Winkel der Kraft zur Horizontalen beträgt 45°. Die Reibung zwischen Kiste und Boden ist vernachlässigbar. Berechnen Sie die von der Kraft F_Z an der Kiste verrichtete Arbeit, wenn Sie um 100 m verschoben wird.

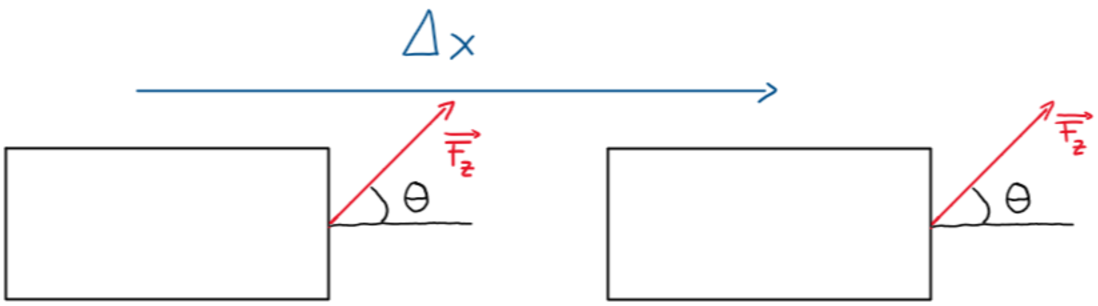


Abbildung 11 Eine Kiste wird an einem Seil gezogen. Die Kraft im Seil ist um 45 ° zur horizontalen geneigt.

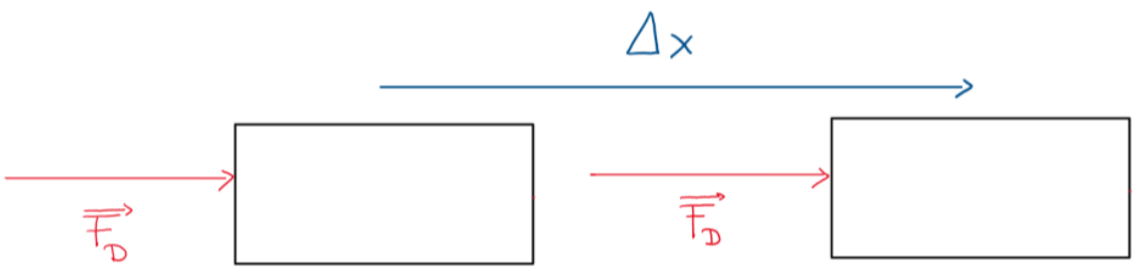
Lösung

Die Arbeit die die Zugkraft F_Z an der Kiste verrichtet ist gleich:

$$W = F_Z \cdot \Delta x \cdot \cos\theta = (20\ N) \cdot (100\ m) \cdot \cos 45° = 1400\ J$$

Beispiel: An einer Kiste verrichtete Arbeit 2

Jetzt schieben Sie die Kiste mit einer horizontalen Kraft von 20 N über den Boden. Die Reibung zwischen Kiste und Boden ist vernachlässigbar. Berechnen Sie die von der Kraft, mit der Sie die Kiste schieben an der Kiste verrichtete Arbeit, wenn Sie um 100 m verschoben wird.



Lösung

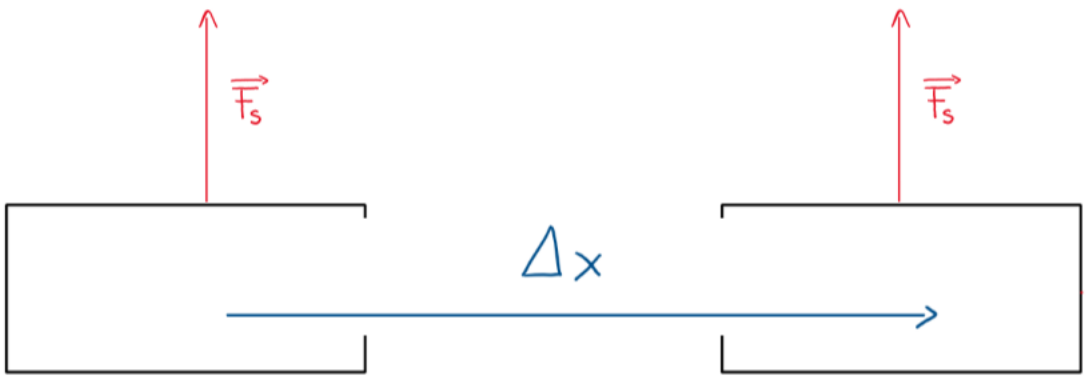
Die Arbeit die die Kraft an der Kiste verrichtet ist gleich:

$$W = F_D \cdot \Delta x \cdot \cos\theta = (20\ N) \cdot (100\ m) \cdot \cos 0° = 2000\ J$$

Sind Kraft- und Verschiebungsvektor parallel, dann ist $\theta = 0$ und $\cos\theta = 1$ und $W = F \cdot d$

Beispiel: An einer Kiste verrichtete Arbeit 3

Sie heben die Kiste mit einem Seil, das senkrecht herunterhängt und tragen die Kiste 100 m weit.



Lösung

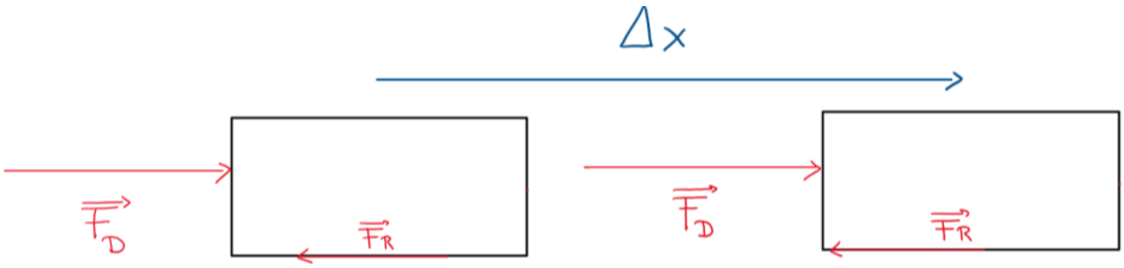
Die Arbeit die die Kraft im Seil an der Kiste verrichtet ist gleich:

$$W = F_S \cdot \Delta x \cdot \cos\theta = (20\ N) \cdot (100\ m) \cdot \cos 90° = 0\ J$$

Stehen Kraft- und Verschiebungsvektor senkrecht zueinander, dann ist $\theta = 90°$ und $\cos\theta = 0$ und die Arbeit, die diese Kraft verrichtet ist null. Diese Kraft verrichtet keine Arbeit an dem System.

Beispiel: An einer Kiste verrichtete Arbeit 3

Jetzt schieben Sie die Kiste mit einer horizontalen Kraft von 20 N über den Boden, sodass die Geschwindigkeit der Kiste konstant ist. Die Reibung zwischen Kiste und Boden ist nicht vernachlässigbar. Berechnen Sie jetzt die von der Reibung und der Druckkraft an der Kiste verrichtete Arbeit, wenn Sie um 100 m verschoben wird.



Lösung

Die Arbeit, die Sie an der Kiste verrichten, indem Sie sie schieben, ist gleich:

$$W = F_D \cdot \Delta x \cdot \cos\theta = (20\ N) \cdot (100\ m) \cdot \cos 0° = 2000\ J$$

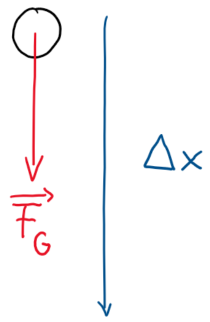
Da die Geschwindigkeit konstant ist, ist die Beschleunigung der Kiste null. Damit müssen Druckkraft und Reibung gleich gross sein. Die Arbeit, die die Reibung an der Kiste verrichtet ist gleich:

$$W = F_R \cdot \Delta x \cdot \cos\theta = (20\ N) \cdot (100\ m) \cdot \cos 180° = -2000\ J$$

Der Winkel zwischen der Verschiebung und der Reibkraft beträgt 180°, weil sie in entgegengesetzte Richtungen zeigen. Da die Reibungskraft der Bewegung entgegengerichtet ist, verrichtet sie eine negative Arbeit an der Kiste.

Beispiel: Freier Fall

Eine Kugel der Masse 2 g befindet sich im freien Fall. Berechnen Sie die Arbeit, die die Gravitationskraft an der Kugel verrichtet, wenn Sie sich 10 m nach unten bewegt



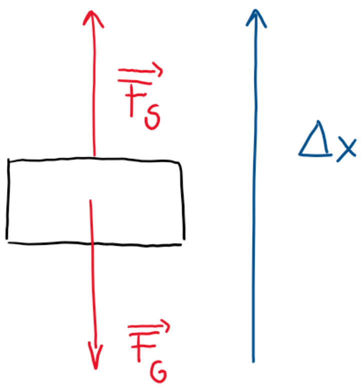
Lösung

Die Arbeit die die Gravitationskraft an der Kugel verrichtet ist gleich:

$$W = F_G \cdot \Delta x \cdot \cos\theta = (0.002\ g) \cdot \left(9.81 \frac{N}{kg}\right)(10\ m) \cdot \cos 0° = 0.196\ J$$

Beispiel: An einer Kiste verrichtete Arbeit 4

Eine Kiste von 10 kg wird 10 m mit konstanter Geschwindigkeit an einem Seil nach oben gezogen. Berechnen Sie die Arbeit der Seilkraft und der Gravitationskraft, die an der Kiste verrichtet werden.



Lösung

Die Arbeit die die Seilkraft an der Kiste verrichtet ist gleich:

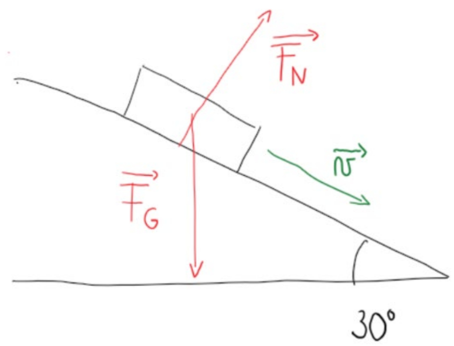
$$W = F_S \cdot \Delta x \cdot \cos\theta = (10\ kg) \cdot \left(9.81 \frac{N}{kg}\right)(10\ m) \cdot \cos 0° = 981\ J$$

Die Arbeit die die Gravitationskraft an der Kiste verrichtet ist gleich:

$$W = F_G \cdot \Delta x \cdot \cos\theta = (10\ kg) \cdot \left(9.81 \frac{N}{kg}\right)(10\ m) \cdot \cos 180° = -981\ J$$

Beispiel: An einer Kiste verrichtete Arbeit 5

Eine Kiste von 10 kg rutscht eine schiefe Ebene mit konstanter Geschwindigkeit hinunter. Die Reibung zwischen Kiste und Oberfläche ist vernachlässigbar. Der Weg, den die Kiste dabei zurücklegt, ist 10 m. Berechnen Sie die Arbeit der Normalkraft und der Gravitationskraft, die an der Kiste verrichtet werden.



Lösung

Die Arbeit die die Normalkraft an der Kiste verrichtet ist gleich:

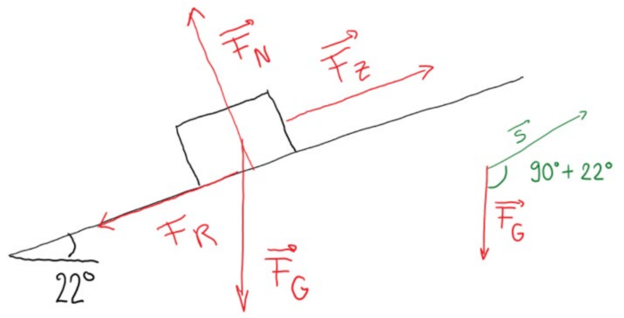
$$W = F_N \cdot \Delta x \cdot \cos\theta = (10\,kg) \cdot \left(9.81\frac{N}{kg}\right)(10\,m) \cdot \cos 90° = 0\,J$$

Die Arbeit die die Gravitationskraft an der Kiste verrichtet ist gleich:

$$W = F_G \cdot \Delta x \cdot \cos\theta = (10\,kg) \cdot \left(9.81\frac{N}{kg}\right)(10\,m) \cdot \cos(60°) = 491\,J$$

Beispiel: An einer Kiste verrichtete Arbeit

Jetzt wird die Kiste an einem Seil 40 m einen Hang hochgezogen, wie in der Abbildung gezeigt. Die Seilkraft beträgt 100 N, die Reibung zwischen Kiste und Oberfläche beträgt 50 N. Berechnen sie die Arbeit, die jede der vier eingezeichneten Kräfte an der Kiste verrichtet und die Gesamthaft an der Kiste verrichtete Arbeit



Lösung

Wir wählen unser Koordinatensystem so, dass die x-Achse entlang parallel zur schiefen Ebene verläuft und der Weg von 40 m parallel zur x-Achse liegt. Es sind vier Kräfte, die auf die Kiste einwirken und in Abbildung 12 dargestellt sind: die von dem Seil ausgeübte Kraft F_Z, die Reibungskraft F_R, die Gewichtskraft der Kiste und die von der Ebene nach oben ausgeübte Normalkraft F_N. Die durch die Normalkraft verrichtete Arbeit ist null, da sie senkrecht zur Verschiebung steht:

$$W_{FN} = F_N \cdot \Delta x \cdot \cos 90° = 0$$

Die durch F_Z verrichtete Arbeit ist gleich:

$$W_{FZ} = F_Z \cdot \Delta x \cdot \cos 0° = (100\ N) \cdot (40\ m) = 4000\ J$$

Die durch die Reibungskraft verrichtete Arbeit ist

$$W_{FR} = F_R \cdot \Delta x \cdot \cos \theta = (50\ N) \cdot (40\ m) \cdot \cos 180° = -2000\ J$$

Die durch die Gravitationskraft verrichtete Arbeit ist

$$W_{FG} = F_G \cdot \Delta x \cdot \cos \theta = (10\ kg) \cdot \left(9.81 \frac{N}{kg}\right) \cdot (40\ m) \cdot \cos(90° + 22°) = -1470\ J$$

Die an einem System verrichtete Gesamtarbeit ist die algebraische Summe der durch alle einzelnen Kräfte verrichteten Arbeit, da Arbeit eine skalare Grösse ist:

$$W_{net} = W_{FG} + W_{FN} + W_{FZ} + W_{FR} = -1470 + 0 + 4000 - 2000\ J = 530\ J$$

Man kann die Gesamtarbeit auch berechnen, indem man zunächst die auf das System wirkende resultierende Kraft bestimmt und dann ihre Komponente entlang der Verschiebung berechnet:

$$F_{res//} = -F_G \cos \theta - F_R + F_Z = -(10\ kg) \cdot \left(9.81 \frac{N}{kg}\right) \sin 22° - 50\ \mathrm{N} + 100 = 13\ \mathrm{N}$$

Dann beträgt die Gesamtarbeit

$$W_{net} = F_{res//} \cdot \Delta x = (13\ \mathrm{N}) \cdot (40\ m) = 530\ \mathrm{J}$$

Wirken mehrere Kräfte auf das System, dann kann auch jede dieser Kräfte Arbeit an dem System verrichten und ihm entweder Energie zu- oder abführen. Zur Ermittlung der an dem System verrichteten Gesamtarbeit ermitteln Sie entweder (a) die durch jede einzelne Kraft verrichtete Arbeit und addieren die Ergebnisse algebraisch oder Sie ermitteln (b) die auf den System wirkende resultierende Kraft $\vec{F}_{res}$ und verwenden sie zur Ermittlung der verrichteten resultierenden Gesamtarbeit, die bei einer konstanten Kraft $\vec{F}_{res}$ dann $W = F_{res} \cdot \Delta x \cdot \cos\theta$ beträgt.

3.2. Lösungsstrategie für Aufgaben mit Arbeit:

1) Wählen Sie ein xy-Koordinatensystem. Wenn sich das System in Bewegung befindet, mag es zweckmässig sein, die Bewegungsrichtung als eine der Koordinatenrichtungen zu wählen. (So könnten Sie bei einem System auf einer schiefen Ebene eine Koordinatenachse parallel zur Ebene verlaufend wählen.)
2) Zeichnen Sie ein Kräfteparallelogramm, in dem alle auf das System wirkenden Kräfte dargestellt sind.
3) Bestimmen Sie unter Anwendung der Newton'schen Gesetze alle unbekannten Kräfte.
4) Ermitteln Sie die durch eine bestimmte Kraft an dem System verrichtete Arbeit. Beachten Sie, dass die verrichtete Arbeit negativ ist, wenn eine Kraft die Tendenz hat, dem Weg entgegenzuwirken.
5) Zur Ermittlung der an dem System verrichteten Nettoarbeit ermitteln Sie entweder (a) die durch jede einzelne Kraft verrichtete Arbeit und addieren die Ergebnisse algebraisch oder Sie ermitteln (b) die auf dem System wirkende resultierende Kraft Fres und verwenden sie zur Ermittlung der verrichteten resultierenden (Netto- oder Gesamt-)arbeit, die bei einer konstanten Kraft Fres dann Wres = Fres cos θ beträgt.

3.3. Arbeit und Änderung der Energie

Die von einer oder mehreren externen Kräften an einem System verrichtete Gesamt-Arbeit W_{ext} ist gleich der Änderung der Energie des Systems:

$$\Delta E = W_{ext}$$

Wobei E die Summe aller in dem System vorkommenden Energieformen (potenziellen, kinetische, elastische, thermische, chemische, usw.) ist und W_{ext} die Gesamt-Arbeit, die alle von aussen auf das System wirkenden Kräfte an ihm verrichten.

Der Energieerhaltungssatz besagt, dass, wenn an einem System eine (positive) resultierenden (Netto- oder Gesamt-) arbeit W_{ext} verrichtet wird, seine Energie um einen Betrag W_{ext} zunimmt. Dieser Satz gilt auch für die umgekehrte Situation: Wenn an dem System eine negative Arbeit W_{ext} verrichtet wird, nimmt seine Energie um einen Betrag W_{ext} ab. Das bedeutet, dass eine auf das System entgegengesetzt zu seiner Bewegungsrichtung ausgeübte Nettokraft die Geschwindigkeit und die kinetische Energie des Systems reduziert.

3.3.1. Arbeit und kinetische Energie

Betrachten wir das System Kiste in der Abbildung 11: Die Kiste wird durch die Anwendung der Kraft der Kraft $\vec{F}_Z$ beschleunigt. Die Änderung seiner kinetischen Energie ist gleich der Arbeit der Kraft der Kraft $\vec{F}_Z$ am System:

$$\Delta E_{kin} = W_{ext}$$

Benutzen wir, dass $\Delta E = E_2 - E_1$ ist, dann folgt:

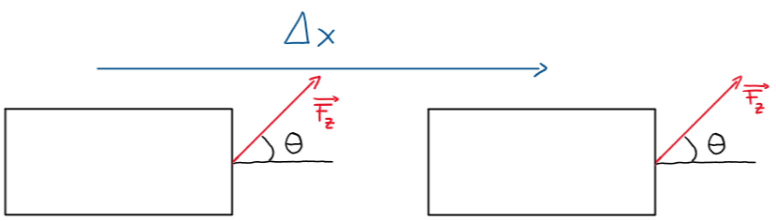
$$E_{kin,2} - E_{kin,1} = W_{ext}$$

oder anders ausgedrückt:

$$E_{kin,1} + W_{ext} = E_{kin,2}$$

Beispiel: An einer Kiste verrichtete Arbeit 1

Eine Kiste wird mit einem Seil über einen horizontalen ebenen Boden gezogen. Die Kraft des Seils auf die Kiste ist 200 N stark. Die Reibung zwischen Kiste und Boden ist vernachlässigbar. Berechnen Sie die Zunahme an kinetischer Energie der Kiste, wenn sie um 100 m verschoben wird.



Lösung

Die Arbeit die die Zugkraft an der Kiste verrichtet ist gleich:

$$W_{ext} = F \cdot \Delta x \cdot \cos\theta = (200\ N) \cdot (100\ m) \cdot \cos 45° = 14'000\ J$$

Aus dem Energieerhaltungssatz folgt die Änderung der kinetischen Energie der Kiste:

$$\Delta E_{kin} = W_{ext} = 14\ kJ$$

3.3.2. Arbeit und potenziellen Energie

Bei der Anwendung des Energiesatzes ist Vorsicht geboten! Es kommt sehr darauf an, wo man die Grenzen des Systems zieht. Wird die Erde in das System einbezogen, dann wird potenziellen Energie in die Gesamtenergie mit einbezogen. Die Gravitationskraft ist dann keine externe Kraft, sondern wirkt im Innern des Systems, dann lautet der Energiesatz:

$$\Delta E_{kin} + \Delta E_{pot} = W_{ext}$$

Wobei W_{ext} die Gesamtarbeit, die alle von aussen auf das System wirkenden Kräfte (zum Beispiel eine Zugkraft eines Seils) an ihm verrichten.

Benutzen wir, dass $\Delta E = E_2 - E_1$ ist, dann folgt:

$$E_{kin,2} - E_{kin,1} + E_{pot,2} - E_{pot,1} = W_{ext}$$

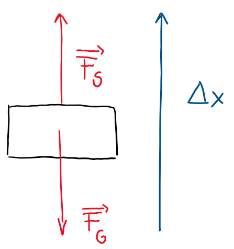
oder anders ausgedrückt:

$$E_{kin,1} + E_{pot,1} + W_{ext} = E_{kin,2} + E_{pot,2}$$

Der Energieerhaltungssatz besitzt somit nur Gültigkeit, wenn W_{ext} die an dem System verrichtete resultierenden (Netto- oder Gesamt-)arbeit ist – d. h. die Summe aller von aussen auf das System wirkenden Kräfte verrichtete Arbeit, ausser die der Gravitationskraft, die ist bereits in der Änderung der potenziellen Energie enthalten!

Beispiel: Kiste am Seil

Eine Kiste von 10 kg wird 10 m an einem Seil nach oben gezogen. Die Seilkraft beträgt 150 N Berechnen Sie die Zunahme an kinetischer Energie der Kiste.



Lösung

Die Arbeit die die Seilkraft an der Kiste verrichtet ist gleich:

$$W = F_S \cdot \Delta x \cdot \cos\theta = (150\ N)(10\ m) \cdot \cos 0° = 1500\ J$$

Der Energieerhaltungssatz lautet:

$$\Delta E_{kin} + \Delta E_{pot} = W_{ext}$$

Die Änderung der potenziellen Energie beträgt:

$$\Delta E_{pot} = mgh = (10\,kg) \cdot \left(9.81\frac{N}{kg}\right)(10\,m) = 981\,J$$

Daraus die Änderung der kinetischen Energie:

$$\Delta E_{kin} = W_{ext} - \Delta E_{pot} = 519\,J$$

3.3.3. Arbeit und Federenergie

Enthält das System eine Feder, besteht es also zum Beispiel aus Kiste-Feder-Erde, dann sind sowohl Gravitationskraft als auch Federkraft auf die Kiste keine externen Kräfte mehr, aber in der Gesamtenergie des Systems muss jetzt auch die Energie der Feder mitberücksichtigt werden.

Der Energieerhaltungssatz lautet jetzt:

$$\Delta E_{kin} + \Delta E_{pot} + \Delta E_{Feder} = W_{ext}$$

Benutzen wir, dass $\Delta E = E_2 - E_1$ ist, dann folgt:

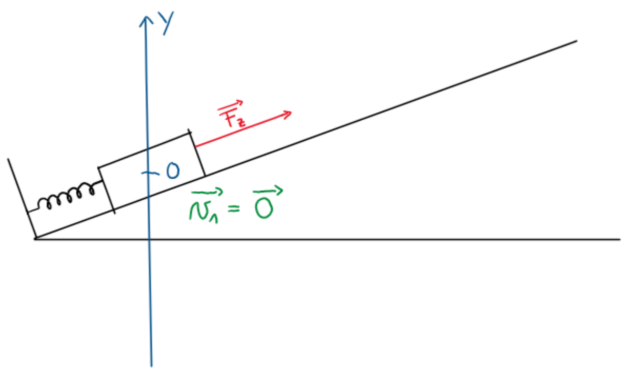
$$E_{kin,2} - E_{kin,1} + E_{pot,2} - E_{pot,1} + E_{Feder,2} - E_{Feder,1} = W_{ext}$$

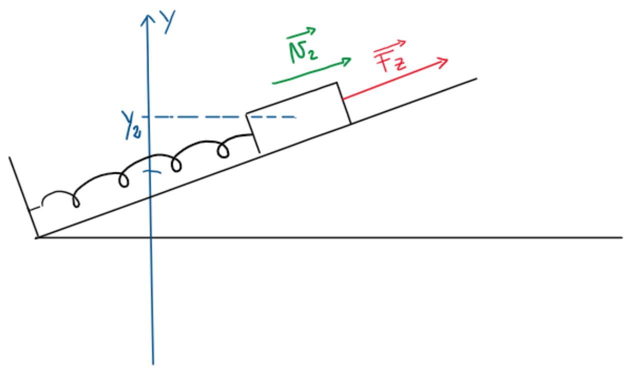
oder anders ausgedrückt:

$$E_{kin,1} + E_{pot,1} + E_{Feder,1} + W_{ext} = E_{kin,2} + E_{pot,2} + E_{Feder,2}$$

Beispiel: Kiste an einer Feder

Eine Kiste von 10 kg gleitet auf einer reibungsfreien, um 20° geneigten Unterlage. Auf der einen Seite der Kiste ist eine Feder befestigt. Auf der anderen Seite wird mit einer parallel zur Unterlage verlaufenden Kraft an der Kiste gezogen. Die Federkonstante beträgt 500 N/m. Die Feder wird aus ihrer Ruhelage um 15 cm auseinandergezogen. Am Anfang befand sich die Kiste in Ruhe, am Ende hat sie eine Geschwindigkeit von 1 m/s. Berechnen Sie die Kraft, mit der an der Kiste gezogen wird.





Lösung

Der Energieerhaltungssatz lautet

$$\Delta E_{kin} + \Delta E_{pot} + \Delta E_{Feder} = W_{ext}$$

Die Änderung der Federenergie beträgt:

$$\Delta E_{Feder} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\left(500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right)(0{,}15\ \mathrm{m})^2 = 5.6\,J$$

Die Änderung der kinetischen Energie beträgt:

$$\Delta E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(10\ \mathrm{kg})(1\ \mathrm{m/s})^2 = 5\,J$$

Die Änderung der potenziellen Energie beträgt:

$$\Delta E_{pot} = mgh = (10\ \mathrm{kg})(9.81\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}})(0.15\ \mathrm{m})\sin(20°) = 0.5\,J$$

Daraus die Arbeit der Zugkraft:

$$W_{ext} = \Delta E_{kin} + \Delta E_{pot} + \Delta E_{Feder} = 5 + 5.6 + 0.5 = 11.1\,J$$

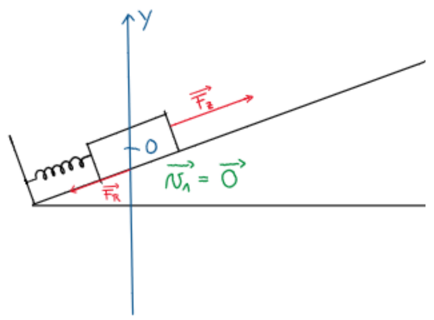
Daraus die Zugkraft:

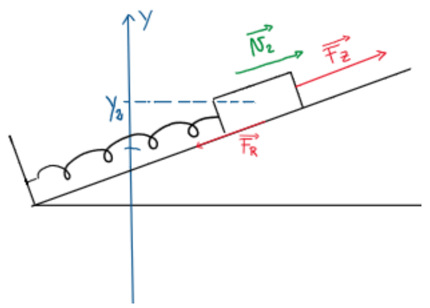
$$W_{ext} = F_Z \cdot \Delta x$$

$$\Longrightarrow F_Z = \frac{W_{ext}}{\Delta x} = \frac{11.1\,J}{0.15\,m} = 74\,N$$

Beispiel: Kiste an einer Feder mit Reibung

Mit Reibung muss mit 91 N gezogen werden. Wie gross ist der Gleitreibungskoeffizient?





Lösung

Der Energieerhaltungssatz lautet:

$$\Delta E_{kin} + \Delta E_{pot} + \Delta E_{Feder} = W_{ext}$$

Von aussen wirken zwei Kräfte auf das System: die Reibkraft und die Zugkraft.

Die Arbeit der Zugkraft ist gleich:

$$W_{FZ} = F_Z \cdot \Delta x = (91\,N)(0.15\,m) = 13.6\,J$$

Die Arbeit der (Gleit)Reibungskraft ist gleich:

$$W_{FR} = -F_R \cdot \Delta x$$

Das Minus kommt daher, dass Verschiebungsvektor und Kraftvektor entgegen gerichtet sind. Die Gleitreibung ist gegeben durch:

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

Und die Normalkraft auf einer schiefen Ebene ist gleich:

$$F_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

Der Energieerhaltungssatz schreibt sich also:

$$\Delta E_{kin} + \Delta E_{pot} + \Delta E_{Feder} = W_{FZ} + W_{FR}$$

$$\Delta E_{kin} + \Delta E_{pot} + \Delta E_{Feder} = W_{FZ} - (\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha) \cdot \Delta x$$

$$\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot \Delta x = W_{FZ} - \Delta E_{kin} - \Delta E_{pot} - \Delta E_{Feder}$$

$$\mu = \frac{W_{FZ} - \Delta E_{kin} - \Delta E_{pot} - \Delta E_{Feder}}{m \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot \Delta x}$$

$$\Longrightarrow \mu = \frac{13.6 - 5 - 0.5 - 5.6\,J}{(10\,kg) \cdot \left(9.81\,\frac{N}{kg}\right) \cdot \cos 20° \cdot (0.15\,m)} = 0.18$$

3.3.4. Arbeit und thermische Energie

Wir können auch die Systemgrenze so legen, dass die Reibungskraft im Innern des Systems enthalten ist. Das System bestünde dann aus Kiste-Feder-Erde-Unterlage. Reibung erzeugt Wärme. Um Wärme zu erzeugen, braucht es thermische Energie. Wir erweitern den Ausdruck für die Gesamtenergie des Systems um einen Term: die Änderung der thermischen Energie ΔE_{therm}. Sie entspricht dem Betrag der Arbeit der Gleitreibungskraft:

$$\Delta E_{therm} = |F_{GR} \cdot \Delta x| = |\mu \cdot F_N \cdot \Delta x|$$

Diese Energie wird dem System von der Reibungskraft zugeführt. Der Energieerhaltungssatz lautet jetzt:

$$\Delta E_{kin} + \Delta E_{pot} + \Delta E_{therm} = W_{ext}$$

Benutzen wir, dass $\Delta E = E_2 - E_1$ ist, dann folgt:

$$E_{kin,2} - E_{kin,1} + E_{pot,2} - E_{pot,1} + E_{Feder,2} - E_{Feder,1} + E_{therm} = W_{ext}$$

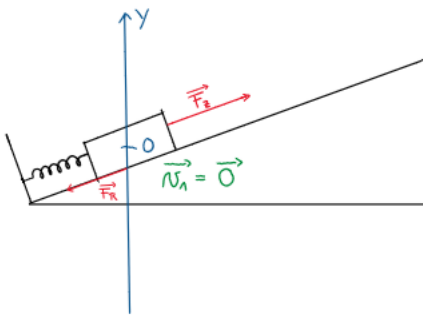
Oder anders ausgedrückt:

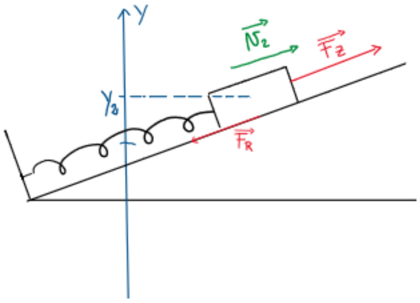
$$E_{kin,1} + E_{pot,1} + E_{Feder,1} + W_{ext} = E_{kin,2} + E_{pot,2} + E_{Feder,2} + E_{therm}$$

W_{ext} wäre jetzt die von aussen auf das System Kiste-Feder-Erde-Unterlage wirkende Zugkraft.

Beispiel: Kiste an einer Feder mit Reibung

Mit Reibung muss mit 91 N gezogen werden. Wie gross ist die Änderung der thermischen Energie des Systems?





Lösung

Der Energieerhaltungssatz wird jetzt durch einen Term erweitert:

$$\Delta E_{kin} + \Delta E_{pot} + \Delta E_{Feder} + \Delta E_{therm} = W_{ext}$$

Die Arbeit der Zugkraft ist gleich:

$$W_{ext} = F_Z \cdot \Delta x = (91\ N)(0.15\ m) = 13.6\ J$$

Die Änderung der thermischen Energie ΔE_{therm} ist dann gleich:

$$\Delta E_{therm} = W_{ext} - \Delta E_{kin} - \Delta E_{pot} - \Delta E_{Feder}$$

$$\Longrightarrow \Delta E_{therm} = 13.6 - 5 - 0.5 - 5.6 = 2.5\ J$$

4. Leistung

Leistung ist definiert als die Rate mit der Energie aufgenommen, abgegeben oder umgewandelt wird:

$$P = \dot{E} = \frac{dE}{dt} \approx \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Die Leistung sagt also aus, wie schnell Energie aufgenommen, abgegeben oder umgewandelt wird. Die Leistung misst also die Geschwindigkeit mit der Energie aufgenommen, abgegeben oder umgewandelt wird. Die Leistung wird in Watt gemessen, das Symbol für die Einheit ist W.

Übertragen auf die Arbeit einer Kraft ist die Rate mit der Arbeit an einem Körper oder System verrichtet wird gegeben durch:

$$P = \dot{W} = \frac{dW}{dt}$$

Ist die Kraft konstant, so vereinfacht sich die Gleichung:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}(F \cdot x \cdot \cos\theta) = F \cdot \cos\theta \cdot \frac{d}{dt}(x) = F \cdot v \cdot \cos\theta$$

Das heisst:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Die Geschwindigkeit, mit der eine Kraft Arbeit an einem Körper verrichtet, die Leistung der Kraft ist gleich das Skalarprodukt aus Kraft und Geschwindigkeit.