Pre-College

Vorkurs Physik

Skript

Dumont Elisabeth (dumo)
ZHAW SCHOOL OF ENGINEERING

Verwendete Quellen:

Randall D. Knight, Physics For Scientists and Engineers, 2017, Pearson Education
Douglas C. Giancoli, Physik, 4. Auflage, 2019, Pearson Studium
David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker, Halliday Physik Bachelor Edition, 2. Auflage 2013, Wiley-VCH Berlin
Fuchs H. U. (2010), The Dynamics of Heat. A Unified Approach to Thermodynamics and Heat Transfer, Springer, New York
Rainer Müller, Klassische Mechanik-Vom Weitsprung zum Marsflug, 2009, De Gruyter
Eric Mazur, Principles and Practice of Physics, Global Edition, 2015, Pearson Education

Inhalt

Kapitel 4
Newtonsche Mechanik

Verwendete Quellen:

Randall D. Knight, Physics For Scientists and Engineers, 2017, Pearson Education
Douglas C. Giancoli, Physik, 4. Auflage, 2019, Pearson Studium
David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker, Halliday Physik Bachelor Edition, 2. Auflage 2013, Wiley-VCH Berlin
Rainer Müller, Klassische Mechanik-Vom Weitsprung zum Marsflug, 2009, De Gruyter
Eric Mazur, Principles and Practice of Physics, Global Edition, 2015, Pearson Education

1. Kraft

1.1. Was ist eine Kraft?

Wenn Sie einen Ball treten, setzt er sich in Bewegung. Ziehen Sie an einem Türgriff, öffnet sich die Tür. Diese alltäglichen Erfahrungen zeigen, dass eine Kraft nötig ist, um Objekte zu bewegen. In diesem Kapitel möchten wir tiefer in das Thema eintauchen und verstehen, warum und wie Dinge sich bewegen.

Uns beschäftigen vor allem zwei Kernfragen:

1. Was genau ist eine Kraft?

2. Wie hängen Kraft und Bewegung zusammen?

Beginnen wir mit der ersten Frage. In unserem Alltag verwenden wir den Begriff "Kraft" in vielen Kontexten – sei es die Willenskraft, die Waschkraft oder gar die politische Kraft. Doch in der Physik hat der Begriff "Kraft" eine sehr präzise Bedeutung. Sie beschreibt eine Einwirkung, die ein Objekt beschleunigt, abbremst, seine Richtung ändert oder verformt.

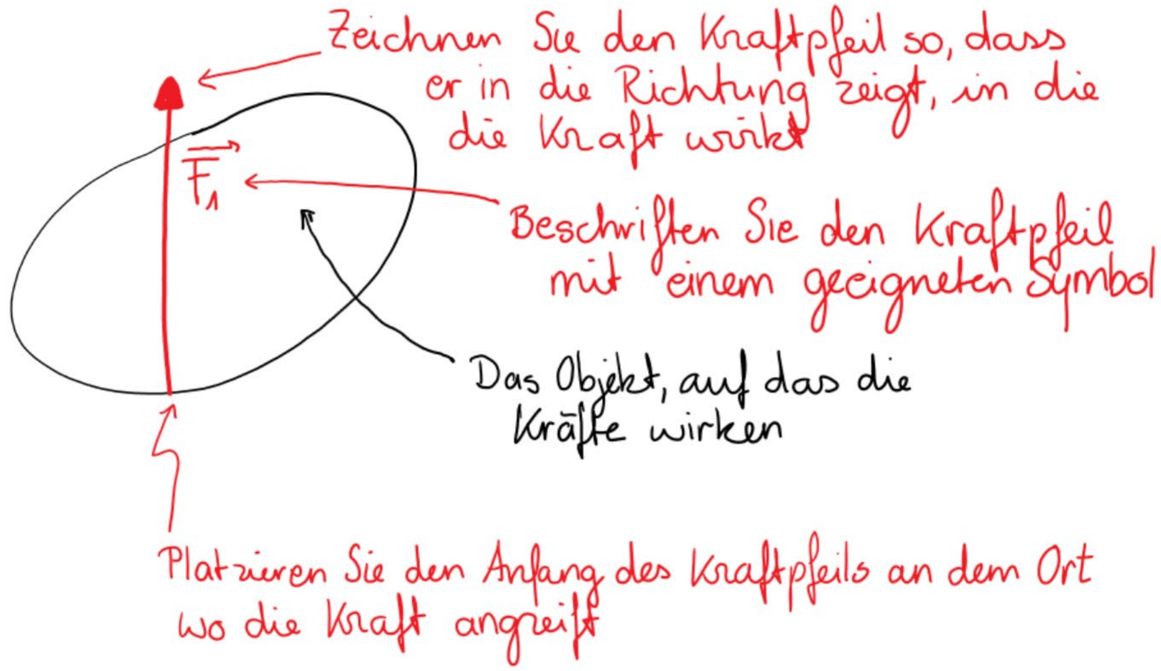
Drei Hauptaspekte charakterisieren den physikalischen Kraftbegriff:

1. Objektbezogenheit: Eine Kraft wird immer auf ein Objekt ausgeübt. Sie existiert nicht unabhängig von ihrem "Zielobjekt".

2. Ursächlichkeit: Jede Kraft hat eine Ursache. Wenn Sie einen Ball werfen, ist während des Kontakts Ihre Hand der Verursacher der Kraft. Ist eine Kraft auf ein Objekt ausgeübt worden, muss man immer einen Verursacher oder eine Ursache dafür benennen können. Das Verständnis dieser Ursächlichkeit hilft, Missverständnisse bezüglich der Definition von Kräften zu vermeiden.

3. Vektorielle Natur: Kräfte haben nicht nur einen Betrag (wie stark sie sind), sondern auch eine Richtung. Das Ziehen an einer Kiste kann sanft oder kräftig sein und in verschiedene Richtungen erfolgen. Daher ist eine Kraft in der Physik ein Vektor, typischerweise dargestellt durch $\vec{F}$. Die Stärke oder den Betrag einer Kraft bezeichnet man mit F und misst ihn in der Einheit Newton (Abkürzung: N).

In der folgenden Abbildung wird gezeigt, wie man Kräfte auf ein Objekt korrekt einzeichnet. Diese Skizzen sind sehr wichtig und sollten sorgfältig durchgeführt werden.



Skizzieren Sie zuerst das Objekt, das kann ein Quadrat oder eine unförmige Kartoffel sein. Zeichnen Sie den Kraftvektor so ein, dass das der Anfang des Vektors an dem Ort einsetzt, wo die Kraft angreift, in die Richtung zeigt, in die die Kraft wirkt und beschriften Sie den Kraftpfeil mit einem geeigneten Symbol. Wenn Sie nicht wissen, wie Sie die Kraft bezeichnen sollen, nummerieren Sie die Kräfte, die auf ein Objekt wirken einfach durch.

1.2. Kräftezoo

Im Folgenden werden ein paar Beispiele von gebräuchlichen Kräften näher erläutert:

Gravitationskraft, Schwerkraft

Die Schwerkraft macht, dass ein Apfel auf den Boden fällt, dass die Planeten um die Sonne und der Mond um die Erde kreisen. In diesem Abschnitt konzentrieren wir uns auf Objekte auf oder nahe der Oberfläche der Erde. Diese Kraft nennt man auch Gravitationskraft.

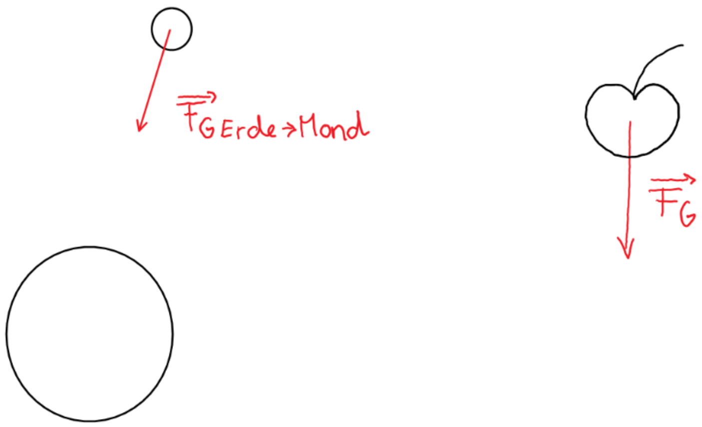


Abbildung 1 Links: Gravitationskraft, die von der Erde auf den Mond ausgeübt wird. Sie zeigt zum Erdmittelpunkt hin. Rechts: Gravitationskraft de von der Erde auf den Apfel ausgeübt wird. Sie zeigt senkrecht zum Erdboden hin.

Auf der Erde ist die Schwerkraft senkrecht nach unten zum Erdboden gerichtet. Der Angriffspunkt des Kraftpfeils wird immer im Schwerpunkt des Objekts eingezeichnet. Als Symbol für die Gravitationskraft benutzen wir $\vec{F}_G$. Die Stärke der Gravitationskraft berechnet sich aus dem Produkt aus Masse (m in kg) und Gravitationsfeldstärke der Erde (g in N/kg):

$$F_G = mg$$

Normalkraft

Als «Normalkraft» bezeichnet man die Kraft, welche eine Oberfläche auf ein Objekt ausübt. Die Normalkraft zeigt immer senkrecht (orthogonal oder «normal») zur Kontaktfläche zwischen Oberfläche und Objekt. Wir bezeichnen die Normalkraft mit $\vec{F}_N$. Der Ausdruck geht auf den mathematischen Ausdruck «normal» zurück, der so viel wie «senkrecht zu» bedeutet. Die Kraft, die zum Beispiel der Fussboden auf Sie ausübt, verläuft senkrecht zum Fussboden.

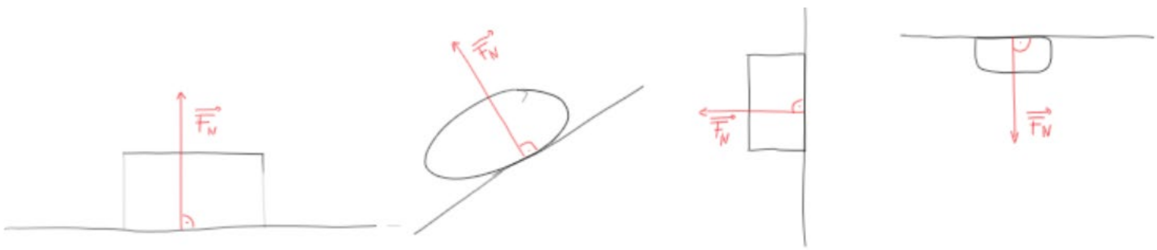


Abbildung 2 von links nach rechts: Normalkraft einer horizontalen Unterlage (z. Beisp. der Boden) auf eine Kiste; Normalkraft einer schiefen Ebene auf ein Objekt; Normalkraft einer Wand auf ein Objekt, das man gegen die Wand drückt (die Druckkraft ist hier nicht eingezeichnet); Normalkraft einer Schiene eines Loopings auf den Wagen im Looping am obersten Punkt.

Der Angriffspunkt des Kraftpfeils wird immer zwischen der Oberfläche und dem Objekt gezeichnet.

Zugkraft

Wenn wir an einem Objekt, beispielsweise einer Kiste, mithilfe einer Schnur, eines Seils oder eines Drahts ziehen, entsteht eine Zugkraft entlang dieser Verbindung. Diese Kraft wirkt in die Richtung, in die das Objekt gezogen wird. Als Symbol für die Zugkraft verwenden wir $\vec{F}_S$ oder auch manchmal $\vec{F}_Z$. Der Angriffspunkt der Zugkraft ist dort, wo die Schnur, das Seil oder der Draht an dem Objekt befestigt ist.

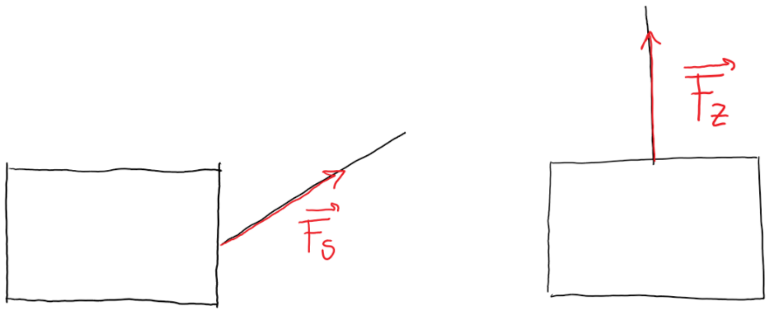


Abbildung 3 Links: Seilkraft eines nach oben rechts gespannten Seiles auf eine Kiste. Rechts: Das Seil ist jetzt oben an der Kiste angebracht und zieht die Kiste senkrecht nach oben.

Stoss- oder Druckkraft

Man kann ein Objekt mit der Hand oder einem anderen Objekt drücken, stossen oder schieben. Als Symbol für die Druckkraft verwenden wir $\vec{F}_D$. Der Angriffspunkt des Kraftpfeils wird dort eingezeichnet, wo man das Objekt berührt und die Richtung der Kraft zeigt in die Richtung in die gestossen wird.

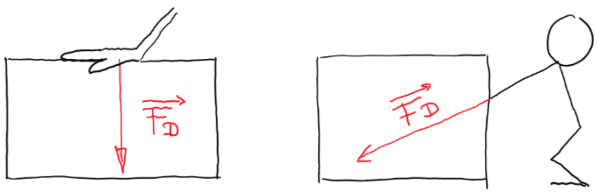


Abbildung 4 Links: Kraftpfeil, wenn man eine Kiste von oben nach unten drückt. Rechts: Eine Person drückt eine Kiste nach links unten.

Die Kraft mit der ein Objekt gestossen wird oder mit der man auf ein Objekt drückt ist nicht zu verwechseln mit dem Druck. Die Druck- oder Zugkraft gibt an, wie stark ein Körper auf einen anderen einwirkt. Der Druck beschreibt die Wirkung einer Kraft auf eine bestimmte Fläche. Der Druck ist eine skalare Grösse und ist gleich der Stärke der Normalkraft die von einer Fläche auf ein Objekt ausgeübt wird, dividiert durch den Flächeninhalt. Ist die Kraft auf das Objekt hingerichtet (beim Stossen, Drücken, Schieben), so wird der Druck positiv genommen. Wirkt eine Zugkraft auf ein Objekt, so ist der Druck negativ.

Federkraft

Federn (wie zum Beispiel eine Schraubenfeder oder eine Spiralfeder oder auch ein Gummiband) können ein Objekt entweder ziehen (wenn sie auseinandergezogen werden) oder stossen (wenn sie zusammengedrückt sind). Die Kraft läuft entlang der Feder in die Richtung, in die das Objekt gezogen oder gestossen wird. Als Symbol für die Federkraft verwenden wir $\vec{F}_{Feder}$. Der Angriffspunkt des Kraftpfeils wird dort eingezeichnet, wo die Feder das Objekt berührt. Die Stärke der Federkraft ist proportional zur Ausdehnung oder Zusammenstauchung der Feder. Diese werden relativ zur Ruhelage der Feder (also weder gespannt noch gedehnt) gemessen:

$$F_{Feder} = k \cdot \Delta x$$

Die Proportionalitätskonstante k nennt man Federkonstante, wie wird in N/m gemessen. Die Weglänge Δx ist der Unterschied zwischen der Ruhelage und dem ausgedehnten Zustand oder zusammengedrückten Zustand.

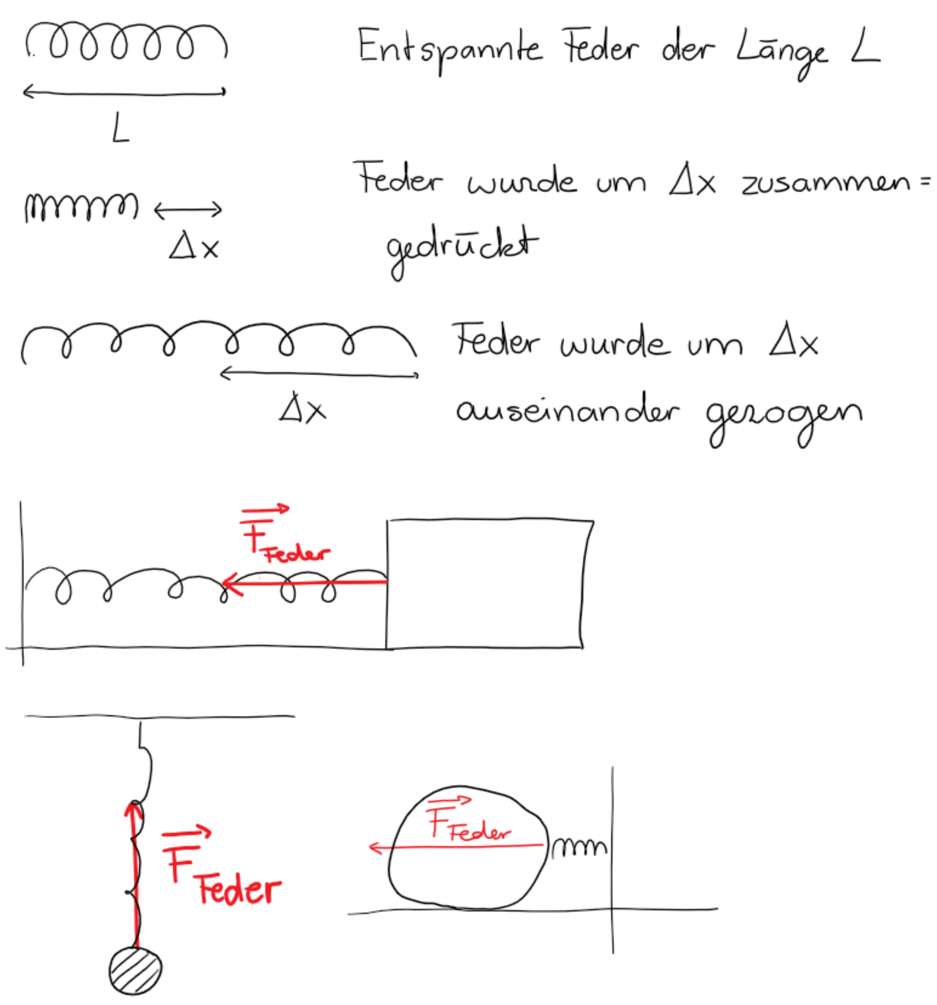


Abbildung 5 Oben: Eine entspannte Feder, sie kann keine Kraft auf ein Objekt ausüben. Dann eine Feder, die um Δx zusammengedrückt und eine Feder, die um Δx auseinandergezogen wurde. Ein Block ist an einer Feder befestigt und wird nach rechts bewegt, eingezeichnet ist die Kraft der Feder auf den Block. Die Feder zieht den Block nach links. Eine Kugel ist an einer Feder befestigt und wird nach unten gezogen. Die Kraft der Feder auf die Kugel zeigt nach oben. Ein Stein trifft auf eine Feder und drückt diese zusammen. Die Feder übt eine Kraft nach links auf den Stein aus.

Reibung

In diesem Abschnitt betrachten wir die Kräfte der Reibung zwischen trockenen, festen Oberflächen, die sich in geringer Geschwindigkeit bewegen.

1) Wenn ein Objekt über eine horizontale Oberfläche gleitet, wird es zuerst langsamer und bleibt dann stehen. Dies bedeutet, dass das Objekt eine Beschleunigung hat, die parallel zur Tischplatte gerichtet ist und der Geschwindigkeit des Objekts entgegengesetzt ist. Nach dem zweiten Newtonschen Gesetz muss also auf das Objekt eine Kraft wirken, die ebenfalls parallel zur Tischplatte gerichtet ist und der Geschwindigkeit des Objekts entgegengesetzt ist, das ist die Reibungskraft.
2) Schieben Sie das Objekt mit konstanter Geschwindigkeit über die Ebene, dann kann die von Ihnen ausgeübte Kraft nicht die einzige Kraft sein, die auf das Objekt wirkt, sonst müsste nach dem zweiten Newtonschen Gesetz das Objekt beschleunigen. Gemäss dem zweiten Newtonschen Gesetz muss auf das Objekt noch eine zweite Kraft wirken, die den gleichen Betrag wie die Kraft hat, die Sie auf das Objekt ausüben, und deren Richtung aber Ihrer Kraft entgegengesetzt ist. Und zwar so, dass sich die beiden Kräfte aufheben. Diese Kraft ist die Reibungskraft.
3) In Abbildung 6 ist eine Kiste gezeigt, die auf dem Boden steht. Auch eingezeichnet ist die Kraft $\vec{F}_D$, mit der die Kiste nach rechts gedrückt wird. Offensichtlich gibt es eine Kraft, die $\vec{F}_D$ entgegenwirkt. Diese Kraft muss den gleichen Betrag wie $\vec{F}_D$besitzen, sodass sich die beiden Kräfte aufheben. Diese zweite Kraft ist die Reibungskraft. Jetzt wird die Kraft $\vec{F}_D$ auf die Kiste vergrössert. Die Kiste bewegt sich immer noch nicht. Offensichtlich verändert sich der Betrag der Reibungskraft, sodass sich die beiden Kräfte immer noch aufheben. Irgendwann ist die Kraft $\vec{F}_D$ so gross, dass die Kiste anfängt zu gleiten. Es muss also einen Maximalbetrag der Reibungskraft geben, wenn dieser Wert überschritten wird, beginnt die Kiste zu gleiten.

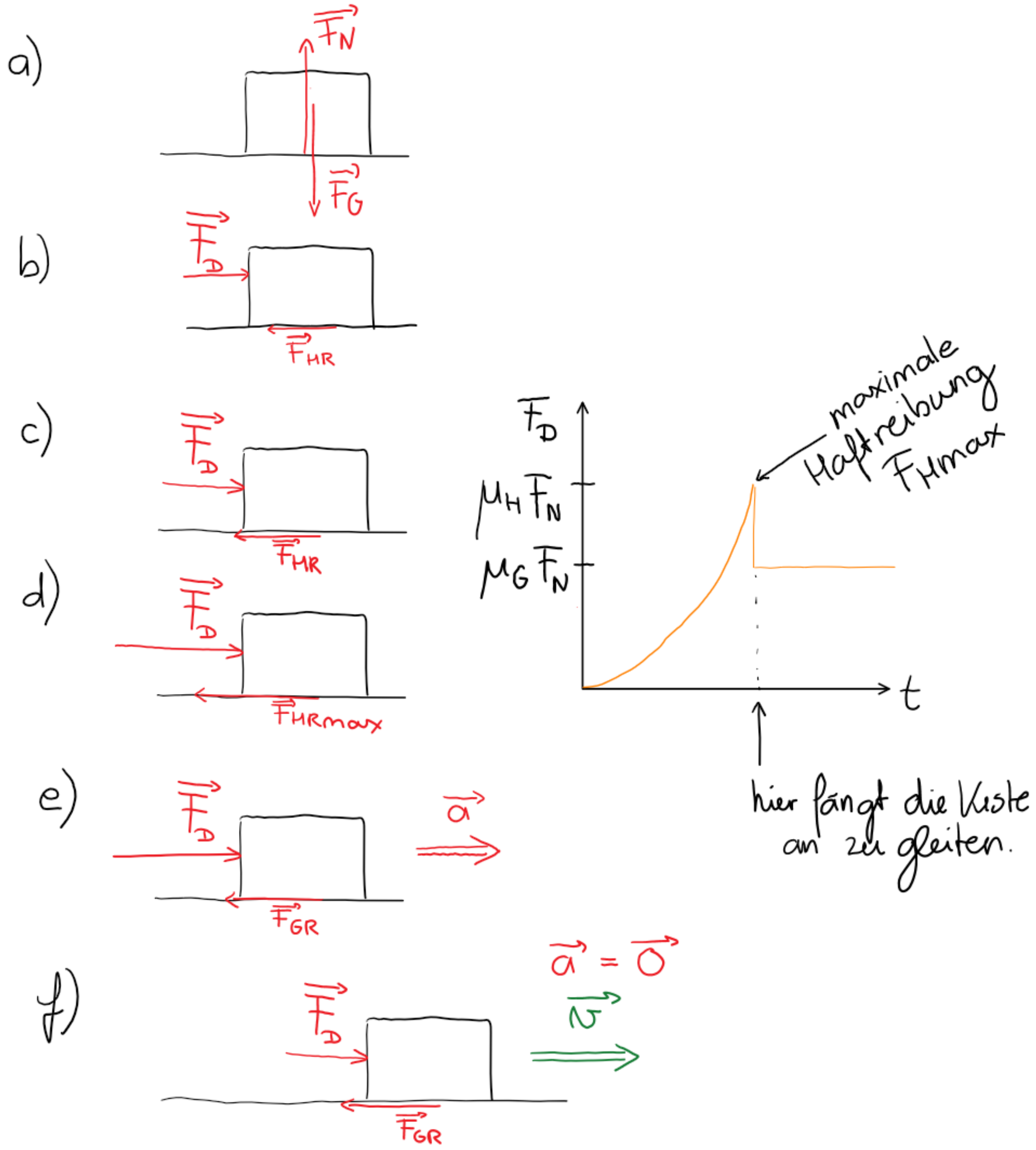


Abbildung 6 Links: (a) Die Kräfte, die auf einen in Ruhe befindliche Kiste wirken. (b)-(d) Eine äussere auf die Kiste wirkende Kraft $\vec{F}_D$ wird durch eine Haftreibungskraft aufgehoben. Nimmt $\vec{F}_D$ zu, so nimmt die Haftkraft bis zu einem bestimmten Maximalwert ebenfalls zu. (e) die Kiste löst sich und wird plötzlich in Richtung von $\vec{F}_D$ beschleunigt. (f) Soll sich die Kiste mit konstanter Geschwindigkeit v bewegen, so muss $\vec{F}_D$ wieder reduziert werden. Rechts: Messung: Betrag von $\vec{F}_D$ als Funktion der Zeit.

Dieser Vorgang ist in Abbildung 6 schematisch dargestellt. In Bild (a) ruht die Kiste auf der Erde. Die Gravitationskraft $\vec{F}_G$ wird durch die Normalkraft $\vec{F}_N$ ausgeglichen. In der Folge zeichnen wir diese beiden Kräfte nicht mehr ein, weil die Skizze sonst zu unübersichtlich wird. Die Kräfte sind aber nach wie vor vorhanden! Im Bild (b) stossen Sie die Kiste mit einer Kraft $\vec{F}_D$ nach rechts, dieser Kraft ist die Reibungskraft $\vec{F}_{HR}$ entgegengesetzt. Sie wirkt nach links und hat den gleichen Betrag wie $\vec{F}_D$. Die Kraft wird statische Reibungskraft oder Haftreibung genannt. Die Kiste bewegt sich nicht. Bild (c) zeigt, dass der Betrag der Haftreibung in dem gleichen Mass zunimmt wie der Betrag der Kraft $\vec{F}_D$. Die Kiste bleibt immer noch in Ruhe. Wird $\vec{F}_D$ immer stärker, erreicht der Betrag einen Wert, bei dem sich die Kiste anfängt zu bewegen. Die Kiste bewegt sich im Bild (d) nach rechts. Die Kraft, die der Bewegung der

Kiste entgegenwirkt, nennt man Gleitreibung. Normalerweise ist der Betrag der Gleitreibung (die bei Bewegung wirkt) geringer als der Maximalbetrag der Haftreibung (die in Ruhe wirkt). Wenn Sie die Kiste mit konstanter Geschwindigkeit über die Erde schieben wollen, so können Sie den Betrag der Kraft verringern, nachdem er sich in Bewegung gesetzt hat. In der Graphik rechts ist der Betrag Ihrer Druckkraft als Funktion der Zeit gezeigt. Die Kraft steigt zunächst immer weiter an, bis sich die Kiste anfängt zu bewegen, dann wird eine geringere Kraft benötigt, um die Kiste mit konstanter Geschwindigkeit weiter zu bewegen.

In Abbildung 6 ist der Betrag von $\vec{F}_D$ als Funktion der Zeit gezeigt. Wenn der Betrag der ausgeübten Kraft erhöht wird, nimmt die Haftreibung linear zu, bis die ausgeübte Kraft gleich $\mu_H F_N$ ist. Nimmt die ausgeübte Kraft weiter zu, beginnt das Objekt, sich zu bewegen, und die Reibungskraft fällt auf einen nahezu konstanten Wert, der für die Gleitreibung charakteristisch ist.

Drückt ein trockenes und nicht geschmiertes Objekt gegen eine trockene nicht geschmierte Oberfläche, während eine Kraft $\overrightarrow{F_D}$ auf das Objekt ausgeübt wird, um es über die Oberfläche zu schieben, so besitzt die resultierende Reibungskraft drei Eigenschaften:

1) Bewegt sich das Objekt nicht, so heben sich die Haftreibungskraft $\vec{F}_{HR}$ und die parallel zur Oberfläche wirkende Komponente der Kraft $\vec{F}_D$ auf. Ihre Beträge sind gleich und $\vec{F}_{HR}$ ist dieser Komponente von $\vec{F}_D$ entgegen gerichtet.
2) Der Maximalbetrag $F_{HR,max}$ von $\vec{F}_{HR}$ ist gegeben durch:
$$F_{HR,max} = \mu_H F_N$$
wobei μ_H der Haftreibungskoeffizient und F_N der Betrag der Normalkraft ist, welche von der Oberfläche auf dsa Objekt ausgeübt wird. Übersteigt der Betrag der parallel zur Oberfläche wirkenden Komponente von $\vec{F}_D$ den Wert $F_{HR,max}$, so beginnt das Objekt über die Oberfläche zu gleiten.
3) Beginnt das Objekt über die Oberfläche zu gleiten, so verringert sich der Betrag der Reibungskraft rasch auf einen Wert F_{GR}, der durch folgende Gleichung gegeben ist:
$$F_{GR} = \mu_G F_N$$

wobei μ_G der Gleitreibungskoeffizient ist und F_N der Betrag der Normalkraft ist, welche von der Oberfläche auf dem Objekt ausgeübt wird. Während des Gleitens über die Oberfläche wirkt auf das Objekt eine Gleitreibungskraft, die der Bewegung entgegenwirkt und deren Betrag durch diese Gleichung gegeben ist.

Der Betrag F_N der Normalkraft stellt ein Mass dafür dar, wie stark ein Objekt gegen die Oberfläche drückt. Wird der Druck grösser, dann ist auch F_N grösser.

Beachten Sie, dass auch die Reibungskräfte Vektoren sind. In den Gleichungen ist der Betrag dieser Kräfte gegeben. Die Kräfte $\vec{F}_{HR}$ und $\vec{F}_{GR}$ wirken immer parallel zur Oberfläche, auf der das Objekt gleitet oder parallel zur Grenzschicht auf der zwei Oberflächen sich gegeneinander bewegen. Sie sind immer entgegen der versuchten Gleitbewegung gerichtet. Die Normalkraft wirkt senkrecht zur Oberfläche.

Die Koeffizienten μ_H und μ_G sind dimensionslose Grössen und müssen experimentell bestimmt werden. Ihr Wert hängt von bestimmten Eigenschaften sowohl des Objekts als auch der Oberfläche ab.

Luftwiderstand

Die Reibung an einer Oberfläche ist ein Beispiel für eine Widerstandskraft, eine Kraft, die sich einer Bewegung entgegensetzt (ihr widersteht). Widerstandskräfte treten auch bei Objekten auf, die sich Reibung ist eine Art von Widerstandskraft, die Bewegungen entgegenwirkt. Objekte, die sich durch Luft oder in Röhren bewegen, erleben ebenfalls solche Widerstandskräfte. Beim Bewegen durch die Luft nennen wir diese Kraft Luftwiderstand. Für den Luftwiderstand verwenden dafür das Symbol $\vec{F}_{LW}$. Der Angriffspunkt des Kraftpfeils wird meistens entweder unten oder oben an dem Objekt eingezeichnet und er zeigt entgegen der Bewegungsrichtung.

Schubkraft

Auf das Flugzeug oder eine Rakete wirkt eine Kraft, die es während des Starts vorwärtstreibt. Diese Kraft wird Schub genannt, entsteht, wenn ein Strahl- oder Raketentriebwerk Gasmoleküle mit hoher Geschwindigkeit ausstösst. Der Prozess, durch den der Schub erzeugt wird, ist recht kompliziert. Für den Moment betrachten wir den Schub als eine Kraft, die entgegen der Richtung, in der das Abgas ausgestossen wird, zeigt.

2. Kraft und Bewegung: Das zweite Newtonsche Axiom

Newton war ein übler Zeitgenosse, aber ein genialer Physiker, dessen Gleichungen heute noch Gültigkeit haben und mithilfe derer wir die sowohl die Bewegung des Mondes um die Erde, als auch das Abbremsen eines Zuges beschreiben können. Das zweite Newtonsche Axiom setzt die Kräfte, die auf ein Objekt wirken in Verbindung zu seiner Beschleunigung $\vec{a}$ und damit zu seiner gesamten Bewegung:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{res}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \quad \text{(Gleichung Zweites Newtonsche Axiom)}$$

wobei $\vec{F}_{\text{res}}$ die resultierende Kraft aller auf das Objekt wirkenden Kräfte ist. Die resultierende Kraft ist keine neue Kraft, sondern die Vektorsumme aller auf das Objekt wirkenden Kräfte.

$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$

Ein Objekt wird also in Richtung der resultierenden Kraft beschleunigt, nicht in die Richtung einer einzelnen Kraft, sondern auf die Summe aller auf ihn wirkenden Kräfte. Das Objekt reagiert nur auf die Kräfte, die in diesem Moment auf es wirken. Das Objekt hat weder den Willen oder die Absicht, von sich aus zu handeln, noch hat es eine Erinnerung an Kräfte, die möglicherweise zu früheren Zeiten ausgeübt wurden. Die Beschleunigung eines Objekts wird von der resultierenden Kraft, der Summe aller Kräfte auf diesem Objekt bestimmt.

Die Gleichung sieht einfach aus, aber es gibt einige Dinge zu beachten, wenn man sie anwendet. Zunächst müssen wir sicher sein, auf welchen Objekt wir sie anwenden. Dann muss $\vec{F}_{\text{res}}$ gleich der Vektorsumme **aller** auf dem Objekt wirkenden Kräfte sein. Nur Kräfte, die **auf** diesem Objekt wirken, dürfen in der Summe eingeschlossen sein, nicht aber Kräfte, die auf andere Objekte einwirken, die in der Situation auch zugegen sind. Wenn sie sich im Gedränge befinden, so ist die Gesamtkraft, die auf Sie einwirkt, die Summe alles Drücken und Ziehens die auf Sie ausgeübt wird und nicht das Drücken und Ziehen, das Sie auf andere ausüben.

Es handelt sich dabei um eine Vektorgleichung. Sie kann in drei Komponenten zerlegt werden:

$$m\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{res,x} \\ F_{res,y} \\ F_{res,z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{1,x} \\ F_{1,y} \\ F_{1,z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{2,x} \\ F_{2,y} \\ F_{2,z} \end{pmatrix} + \cdots + \begin{pmatrix} F_{N,x} \\ F_{N,y} \\ F_{N,z} \end{pmatrix}$$

Oder Zeile für Zeile:

$$ma_x = \sum_{i=1}^{N} F_{i,x}$$

$$ma_y = \sum_{i=1}^{N} F_{i,y}$$

$$ma_z = \sum_{i=1}^{N} F_{i,z}$$

d.h. die Komponente der Beschleunigung entlang einer Achse wird nur durch die Summe der Kraftkomponenten entlang dieser Achse bestimmt. Und nicht durch die Kraftkomponenten entlang einer anderen Achse.

Das zweite Newtonsche Axiom besagt auch, dass die Beschleunigung eines Objekts gleich null ist, wenn die auf dem Objekt ausgeübte resultierende Kraft gleich null ist. Befindet sich das Objekt in Ruhe, so bleibt er in Ruhe. Bewegt er sich, so bewegt er sich mit konstanter Geschwindigkeit weiter. In einem solchen Fall gleichen sich die auf dem Objekt wirkenden Kräfte aus. Man sagt: sowohl das Objekt als auch die Kräfte befinden sich im Gleichgewicht. Oft wird auch behauptet, die Kräfte heben sich gegenseitig auf. Dieser Begriff ist allerdings irreführend. Die Kräfte hören nicht auf zu existieren, sie wirken weiterhin auf dem Objekt.

3. Anwendungen des zweiten Newtonschen Axioms

Vielen Studierenden fällt es schwer, Aufgaben anhand des zweiten Newtonschen Gesetzes zu lösen und diese Schwierigkeit zieht sich durch ihre ganze Physiklernlaufbahn durch. Deshalb sind in diesem Kapitel einige typische Beispiele Schritt für Schritt durchgelöst.

3.1. Lösungsstrategie

Hier folgen ein paar Hinweise zur Lösung von Aufgaben mit Newtonscher Physik:

1) Machen Sie sich eine grobe Skizze der in der Aufgabe beschriebenen Situation.
2) Um Aufgaben mithilfe des zweiten Newtonschen Gesetzes zu lösen, müssen Sie wissen auf welches System oder auf welchen Objekt Sie es anwenden müssen. Eine Ansammlung von zwei oder mehr Objekten wird System genannt. Jede Kraft, die von ausserhalb auf eines der Objekte im System wirkt, bezeichnet man als äussere Kraft. Sind die Objekt starr miteinander verbunden, so betrachten wir das ganze System als ein zusammengesetztes Objekt.
3) Die resultierende Kraft $\vec{F}_{\text{res}}$, die auf dieses zusammengesetzte Objekt wirkt ist dann die Vektorsumme aller äusseren Kräfte. Innere Kräfte, also Kräfte, die zwischen den einzelnen Objekten des Systems wirken, werden nicht in diese Betrachtung einbezogen.
4) Wie bei einem einzelnen Objekt können wir auch die auf das System ausgeübte, resultierende Kraft anhand des zweiten Newtonschen Gesetzes $m\vec{a} = \vec{F}_{\text{res}}$ mit der Beschleunigung in Verbindung bringen.
5) Zeichnen Sie dann alle Kräfte ein, die auf das System oder das Objekt wirken. Das nennt man den «Körper freischneiden». Skizzieren Sie das Objekt ganz grob (Ein Auto wird zu einem einfachen Rechteck mit zwei Rädern). Tragen Sie alle auf das Objekt wirkenden Kräfte ein, indem sie einen Pfeil vom Angriffspunkt der Kraft in die Richtung ziehen, in die die Kraft wirkt. Die Gravitationskraft (Schwerkraft oder Erdanziehung) wird zum Beispiel vom Schwerpunkt des Objekts vertikal nach unten gezeichnet; die Normalkraft vom Rand des Objekts orthogonal zur Angriffsfläche.
6) Legen Sie ein Koordinatensystem fest. Das Koordinatensystem muss nicht zwingend horizontal und vertikal sein, sonders sollte so gewählt werden, dass es die Rechnungen vereinfacht, zum Beispiel entlang der schiefen Ebene.
7) Schreiben Sie das zweite Newtonsche Gesetz für jede Koordinate hin:

$$ma_x = \sum_{i=1}^{N} F_{i,x}$$

$$ma_y = \sum_{i=1}^{N} F_{i,y}$$

$$ma_z = \sum_{i=1}^{N} F_{i,z}$$

8) Tragen Sie in die Summe die jeweiligen Koordinaten der Kräfte entlang der gewählten x- und y-Achse ein. Dann erhalten Sie ein Gleichungssystem, das Sie lösen müssen.

3.2. Beispiele

Beispiel: Der freie Fall

Ein Apfel fällt vom Baum, wie gross ist seine Beschleunigung? Luftwiderstand kann vernachlässigt werden.

Lösung

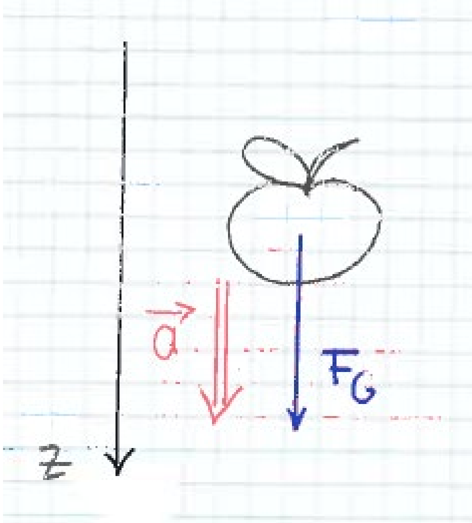


Abbildung 7 Ein Apfel fällt ohne Luftwiderstand.

Vernachlässigen wir die Auswirkungen des Luftwiderstandes, so ist die einzige Kraft, die auf den Apfel wirkt, die Gravitationskraft $\overrightarrow{F_G}$. Diese, nach unten gerichtete Kraft und die ebenfalls nach unten gerichtete Beschleunigung können wir anhand des zweiten Newtonschen Gesetzes miteinander verknüpfen. Dazu legen wir die z-Achse entlang der Bahnkurve des Objekts, wobei die positive Richtung nach unten zeigt. Für diesen Fall kann das Newtonsche Gesetz $m\vec{a} = \vec{F}_{\text{res}}$ entlang der z-Achse geschrieben werden:

$$ma_z = F_{res,z}$$
$$ma_z = F_G$$
$$ma_z = mg$$
$$a_z = g$$

Die Beschleunigung eines frei fallenden Objekts ist gleich g unabhängig von seiner Masse

Beispiel: Apfel auf einem Tisch

Ein Apfel liegt auf einem Tisch. Wie gross ist die Kraft, die der Tisch auf den Apfel ausübt?
Lösung

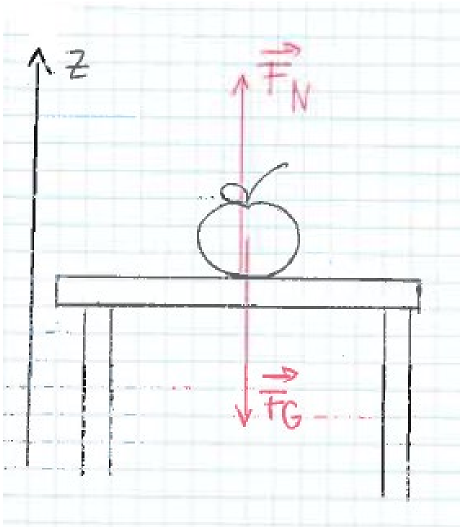


Abbildung 8 Kiste auf einem Tisch

Auf den Apfel wirken zwei Kräfte

1) die Gravitationskraft $\overrightarrow{F_G}$, die von der Erde auf den Apfel ausgeübt wird.
2) Die Normalkraft $\overrightarrow{F_N}$. die der Tisch auf den Apfel ausübt.

Dies sind die einzigen Kräfte, die auf den Apfel wirken. Sie verlaufen beide senkrecht zum Tisch. In Bezug auf die vertikale nach oben gerichtete z-Koordinatenachse schreibt sich das zweite Newtonsche Gesetz:

$$ma_z = F_{res,z}$$
$$ma_z = F_N - F_G$$
$$ma_z = F_N - mg$$

Diese Gleichung gilt auch wenn Apfel und Tisch sich bewegen und sogar, wenn sie beschleunigt werden. Die beiden können sich zum Beispiel in einem Aufzug befinden. Sind Apfel und Tisch relativ zur Erdoberfläche nicht beschleunigt, dann ist $a_z = 0$ und wir erhalten:

$$0 = F_N - mg$$
$$F_N = mg$$

In diesem Beispiel ist die Normalkraft gleich der Gravitationskraft. Dies ist nicht immer der Fall!

Beispiel: Kiste auf einem Tisch

Eine Kiste mit einer Masse von 10.0 kg liegt auf einem Tisch.

a) Bestimmen Sie das Gewicht der Kiste und die auf sie wirkende Normalkraft.
b) Jetzt drückt jemand die Kiste mit einer Kraft von 40.0 N nach unten. Bestimmen Sie wieder die Normalkraft, die auf die Kiste wirkt.
c) Wie gross ist die auf die Kiste wirkende Normalkraft, wenn jemand die Kiste an einer Schnur mit einer Kraft von 40.0 N nach oben zieht?

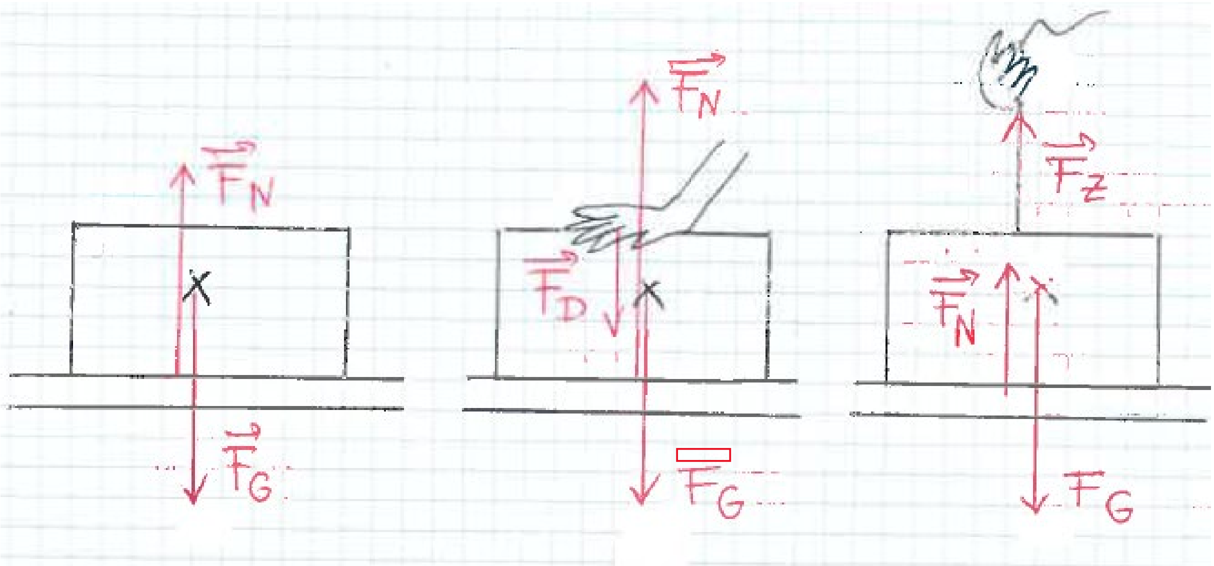


Abbildung 9 (a) Eine Geschenkkiste (Masse 10,0 kg) ruht auf einem Tisch. (b) Eine Person drückt die Kiste mit einer Kraft von 40,0 N nach unten. (c) Eine Person zieht die Kiste mit einer Kraft von 40,0 N nach oben. Die Kräfte wirken alle entlang einer Geraden. Sie sind leicht versetzt dargestellt, damit sie in der Zeichnung zu unterscheiden sind. Es sind nur die Kräfte dargestellt, die auf die Kiste wirken.

Lösung

a) Die Kiste ruht auf dem Tisch. Das Gewicht der Kiste beträgt

$$F_G = mg = (10.0\ kg)(9.81\ m/s^2) = 98.1\ N$$

und diese Kraft ist nach unten gerichtet. Die einzige andere Kraft, die auf die Kiste einwirkt, ist die Normalkraft, die von dem Tisch auf die Kiste nach oben ausgeübt wird, wie in Abbildung 5a dargestellt. Wir wählen die Aufwärtsrichtung als positive z-Richtung. Dann schreibt sich das zweite Newtonsche Axiom:

$$ma_z = F_{res,z}$$
$$ma_z = F_N - F_G$$
$$ma_z = F_N - mg$$

Da sich die Kiste in der Ruhelage befindet, ist die Beschleunigung null.

$$0 = F_N - mg$$
$$F_N = mg$$

Die von dem Tisch auf die Kiste ausgeübte Normalkraft beträgt 98.1 N und ist nach oben gerichtet. Ihr Betrag ist mit dem Gewicht der Kiste identisch.

b) Ihr Freund drückt die Kiste mit einer Kraft von 40.0 N nach unten. Wie in Abbildung Abbildung 5b dargestellt, gibt es jetzt drei Kräfte, die auf die Kiste wirken. Das Gewicht der Kiste beträgt immer noch

$$F_G = mg = (10.0\ kg)\left(\frac{9.81\ m}{s^2}\right) = 98.1\ N$$

Und das zweite Newtonsche Axiom schreibt sich für diesen Fall:

$$ma_z = F_{res,z}$$

$$ma_z = F_N - F_D - F_G$$
$$ma_z = F_N - F_D - mg$$

Da sich die Kiste in der Ruhelage befindet, ist die Beschleunigung null.

$$0 = F_N - F_D - mg$$
$$F_N = mg + F_D$$

Folglich beträgt die Normalkraft jetzt

$$F_N = 98.1 + 40.0 = 138.1\ N$$

Diese Kraft ist grösser als in (a). Der Tisch drückt also mit mehr Kraft zurück.

c) Das Gewicht der Kiste beträgt immer noch 98.1 N und ist nach unten gerichtet. Die von Ihrem Freund ausgeübte Kraft und die Normalkraft sind beide nach oben gerichtet (in positiver Richtung), wie in Abbildung 5c dargestellt. Die Kiste bewegt sich nicht, da die aufwärts gerichtete Kraft Ihres Freundes kleiner ist als das Gewicht. Das zweite Newtonsche Axiom schreibt sich für diesen Fall:

$$ma_z = F_{res,z}$$
$$ma_z = F_N + F_Z - F_G$$
$$ma_z = F_N + F_Z - mg$$

Da sich die Kiste in der Ruhelage befindet, ist die Beschleunigung null.

$$0 = F_N + F_Z - mg$$
$$F_N = mg - F_Z$$

Folglich beträgt die Normalkraft jetzt

$$F_N = 98.1 - 40.0 = 58.1\ N$$

Der Betrag der Normalkraft ist nicht immer gleich dem Gewicht!

Beispiel: Nochmal Kiste

Wie gross ist die Beschleunigung der Kiste, wenn die Kraft, mit der die Kiste aus Was geschieht, wenn eine Person die Kiste aus Abbildung 5c mit einer Kraft nach oben zieht, die gleich dem oder grösser als das Gewicht der Kiste ist, z. B. 100.0 N anstatt der 40.0 N aus dem vorangegangenen Beispiel?

Lösung

Das zweite Newtonsche Axiom schreibt sich immer noch gleich an:

$$ma_z = F_{res,z}$$
$$ma_z = F_Z - F_G$$
$$ma_z = F_Z - mg$$

Da die Kraft jetzt grösser als das Gewicht ist, wird die Kiste nach oben gezogen, damit berührt sei den Tisch nicht mehr und die Normalkraft ist null: $F_N = 0$. Auflösen nach der Beschleunigung gibt:

$$a_z = \frac{F_Z - mg}{m} = \frac{100.0\ N - 98.1\ N}{10.0\ kg} = 0.19\frac{m}{s^2}$$

Beispiel: Wiegen im Aufzug.

Abbildung 6 zeigt eine Person mit Masse m=72.2 kg, die sich in einem Aufzug auf die Waage stellt. In diesem Beispiel geht es um die Anzeige der Waage, wenn diese sich in Ruhe befindet, bzw. sich mit dem Aufzug nach oben oder unten bewegt.

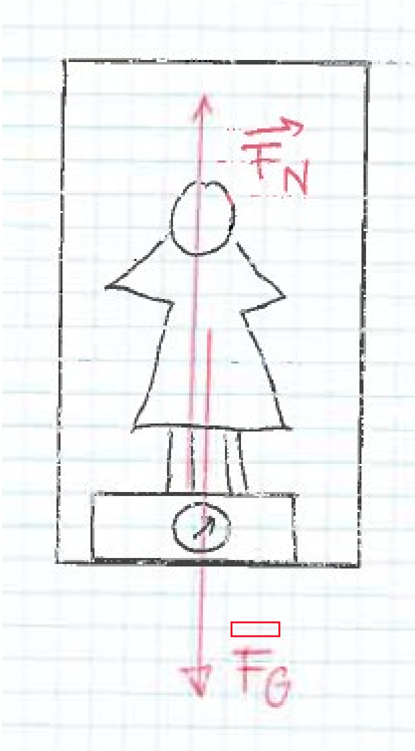


Abbildung 10 Eine Person steht auf einer Brückenwaage, die ihr Gewicht bzw ihr scheinbares Gewicht angibt.

a) Bestimmen Sie einen allgemeinen Ausdruck für die Anzeige der Waage, der für alle Bewegungen des Aufzugs gültig ist.
b) Was zeigt die Waage an, wenn der Aufzug steht, bzw. sich mit konstanter Geschwindigkeit 0.50 m/s nach oben bewegt?
c) Wie lautet die Anzeige, wenn die Beschleunigung des Aufzugs mit 3.20 m/s^2 nach oben gerichtet, bzw. mit 3.20 m/s^2 nach unten gerichtet ist?
d) Wie gross ist der Betrag der resultierenden Kraft F_{res}, die auf die Person wirkt, während der Aufwärtsbeschleunigung aus Teilaufgabe (c)? Wie gross ist dabei der Betrag der Beschleunigung a_P der Person relativ zum Boden des Aufzugs? Ist $F_{res}=ma_P$?

Lösung

a) Die Anzeige der Waage ist gleich der Normalkraft, die sie auf die Person ausübt. Wie das Kräftediagramm in Abbildung 6 zeigt, ist die einzige andere Kraft, die noch auf die Person wirkt, die Gravitationskraft. Wir können mithilfe des Newtonschen Gesetzes, die Kräfte, die auf die Person wirken mit ihrer Beschleunigung verknüpfen:

$$ma_z = F_{res,z}$$
$$ma_z = F_N - F_G$$
$$ma_z = F_N - mg$$

Lösen wir diese Gleichung nach FN auf und klammern die Masse m aus, so erhalten wir den allgemeinen Ausdruck für die Normalkraft in Abhängigkeit der Beschleunigung des Aufzugs:

$$F_N = m(a_z + g)$$

b) Die Beschleunigung der Person ist in beiden Fällen gleich null, also schreibt sich Gleichung:

$$F_N = m(a_z + g) = (72.2\ kg)\left(0 + 9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) = 708.3\ \mathrm{N}$$

Dies ist das gemessene Gewicht der Person und gleichzeitig auch gleich der Gravitationskraft der Erde auf diese Person.

c) Für den Fall, wo die Beschleunigung des Aufzugs nach oben gerichtet ist, liefert die Gleichung:

$$F_N = m(a_z + g) = (72.2\ kg)\left(3.20 + 9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) = 939.3\ \mathrm{N}$$

Ist die Beschleunigung nach oben gerichtet, so zeigt die Waage einen Wert an, der grösser als das Gewicht der Person ist. Diese Anzeige entspricht einer Messung des scheinbaren Gewichts.
Für den Fall, wo der die Beschleunigung des Aufzugs nach unten gerichtet ist, ergibt die Gleichung:

$$F_N = m(a_z + g) = (72.2\ kg)\left(-3.20 + 9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) = 477.2\ \mathrm{N}$$

Ist die Beschleunigung nach unten gerichtet, so zeigt die Waage einen Wert an, der kleiner als das Gewicht der Person ist.

d) Die Gewichtskraft, die auf die Person im Aufzug wirkt ist immer gleich

$$F_G = mg = (72.2\ kg)\left(9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) = 708.3\ \mathrm{N}$$

Dies gilt unabhängig davon, ob der Aufzug sich bewegt oder nicht. Weiterhin wirkt die Normalkraft auf die Person. Die resultierende Kraft, die während der Aufwärtsbeschleunigung auf die Person wirkt ist gleich:

$$F_{res,z} = F_N - mg$$

Die Person bewegt sich relativ zum Aufzug gar nicht. Die Beschleunigung der Person relativ zum Bezugssystem des Aufzugs ist also immer null. Aus dem zweiten Newtonschen Gesetz folgt:

$$F_{res,z} = ma_z = 0$$

Das heisst, das zweite Newtonsche Gesetz gilt hier nicht.

Beispiel Zwei Klötze an einem Seil auf einer Luftkissenbahn

In der Abbildung ist ein Block gezeigt mit der Masse m1=3.3 kg. Der Block kann sich auf einer reibungsfreien Oberfläche, wie zum Beispiel einer Luftkissenbahn, frei bewegen. Dieser erste Block ist über eine Schnur, die um eine reibungsfreie Rolle läuft, mit einem zweiten hängenden Block der Masse m2=2.1 kg verbunden. Die Masse der Schnur und der Rolle können im Vergleich zu den Massen der Blöcke vernachlässigt werden. Sie sind ''masselos''. Der hängende Block fällt nach unten, während der gleitende Block sich nach rechts bewegt.

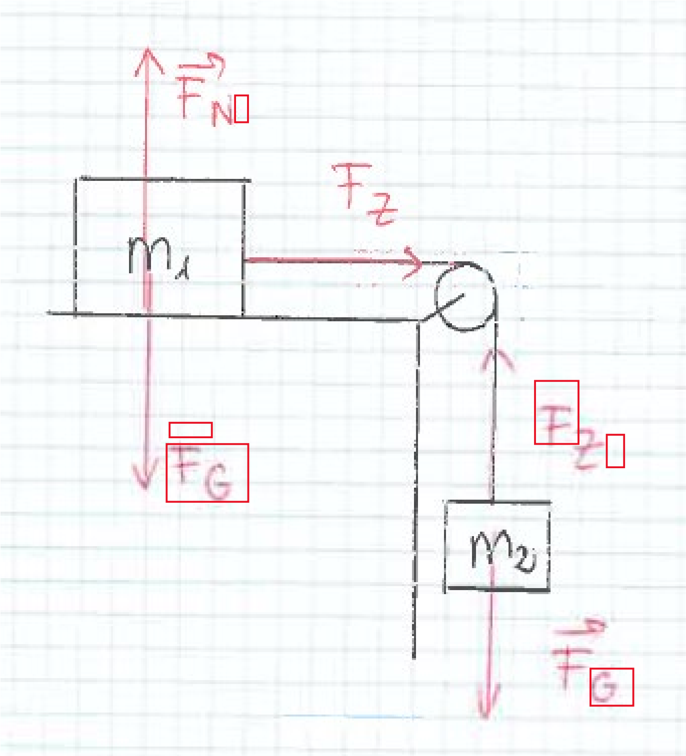


Abbildung 11 Ein Block der Masse m1 ist über eine Schnur, die über eine Rolle läuft, mit einem Block der Masse m2 verbunden

Ermitteln Sie
a) die Beschleunigung des gleitenden Blocks,
b) die Beschleunigung des hängenden Blocks,
c) die Zugkraft in der Schnur.

Lösung

Auf Block 1 wirken folgende Kräfte: Die Schnur zieht den gleitenden Block mit einer Kraft vom Betrag $\overrightarrow{F_{Z1}}$ nach rechts. Die Gravitation $\overrightarrow{F_{G1}}$ wirkt auf den gleitenden Block nach unten. Die Luftkissenbahn drückt den gleitenden Block mit einer Kraft vom Betrag $\overrightarrow{F_N}$ nach oben.

Auf Block 2 wirken folgende Kräfte: Die Schnur zieht den hängenden Block mit einer Kraft $\overrightarrow{F_{Z2}}$ nach oben. Die Gravitation zieht den hängenden Block mit einer Kraft $\overrightarrow{F_{G2}}$ nach unten

Auf welches System wenden wir das zweite Newtonsche Axiom an? Wir betrachten beide Blöcke getrennt. Die x-Achse legen wir entlang der Luftkissenbahn in Richtung der Bewegung des gleitenden Blocks. Die z-Achse zeigt vertikal nach oben.
Für den gleitenden Block gilt:

$$m_1\overrightarrow{a_1} = \vec{F}_{G1} + \vec{F}_N + \vec{F}_{Z1}$$

In Komponentenschreibweise:

$$m_1\begin{pmatrix} a_{1x} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -F_{G1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ F_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{z1} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Der Block bewegt sich nicht entlang der z-Achse, also ist die vertikale Komponente der Beschleunigung gleich null $a_{1z} = 0$:
Wenn wir die Gleichung Zeile für Zeile schreiben, erhalten wir:

$$m_1 a_{1x} = F_{Z1}$$
$$0 = -F_{G1} + F_N$$

Das heisst, dass die Kraft, welche die Luftkissenbahn auf den Block 1 ausübt, die Gravitationskraft kompensiert, der Block wird nicht vertikal beschleunigt.

Für den gleitenden Block gilt:

$$m_2 \overrightarrow{a_2} = \vec{F}_{G2} + \vec{F}_{Z2}$$

In Komponentenschreibweise:

$$m_2 \begin{pmatrix} 0 \\ a_{2z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -F_{G2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ F_{Z2} \end{pmatrix}$$

Der Block bewegt sich nicht entlang der x-Achse, also ist die horizontale Komponente der Beschleunigung gleich null $a_{2x} = 0$:
Wenn wir die unterste Zeile schreiben, erhalten wir:

$$m_2 a_{2z} = -F_{G2} + F_{Z2}$$

Wichtig zu beachten ist, dass die Schnur sich nicht dehnt, deshalb wird der Block 1 sich in einem bestimmten Zeitintervall um 1 mm nach rechts bewegen, wenn sich der Block 2 im gleichen Zeitintervall um 1 mm nach unten bewegt. Das bedeutet, dass die beiden Blöcke die gleiche Beschleunigung besitzen:

$$a_{2z} = a_{1x} = a$$

Ausserdem ist die Kraft im Seil überall gleich:

$$F_{Z1} = F_{Z2} = F_Z$$

Damit:

$$m_2 a = -F_{G2} + F_Z = m_2 g + F_Z$$

Auflösen nach der Zugkraft:

$$F_Z = m_2 a + m_2 g = m_2(a + g)$$

Die Zugkraft ist aber auch noch gleich:

$$m_1 a = F_Z$$

Einsetzen gibt:

$$m_1 a = m_2(a + g)$$

Umformen:

$$a = \frac{m_2}{m_2 + m_1} g$$

Zahlen einsetzen gibt:

$$a = \frac{2.1\ kg}{2.1 + 3.3\ kg} 9.81 \frac{m}{s^2} = 3.8 \frac{m}{s^2}$$

Die Zugkraft ist gleich:

$$F_Z = m_1 a = (2.1\ kg)\left(3.8 \frac{m}{s^2}\right) = 13\ N$$

Stimmt das? Wir können noch einige Betrachtungen anstellen, um uns von der Lösung zu überzeugen. Erst einmal stimmen die Dimensionen in den beiden letzten Gleichungen. Dann ist die Beschleunigung kleiner als g. Das stimmt auch, denn der Block 2 befindet sich nicht im freien Fall, er wird von der Schnur nach oben gezogen. Die Gleichung für die Zugspannung können wir auch unter der folgenden Form schreiben:

$$F_Z = m_1 a = m_1 \frac{m_2}{m_2 + m_1} g = \frac{m_1}{m_2 + m_1}(m_2 g)$$

d.h. die Zugspannung ist kleiner als $m_2 g$ die Gravitationskraft, die auf den hängenden Block wirkt. Das ist auch richtig, sonst würde der Block nach oben gezogen.

Wir können das Ergebnis auch anhand von Spezialfällen überprüfen. Zum Beispiel indem wir g=0 setzen, also uns im schwerelosen Weltraum befinden. Was würde passieren? Die beiden Blöcke würden sich nicht aus ihrer Ruhepostion bewegen, sie würden nicht beschleunigt. Damit würden auch keine Kräfte auf die Schnur wirken, also wäre die Zugspannung gleich Null. Einsetzen von g=0 in die Lösung liefert genau das: a=0 und $F_Z = 0$. Zwei weitere Spezialfälle wären m1=0 und $m_2 \to \infty$. Im ersten Fall würde auf den Bloch 1 keine Zugspannung mehr wirken und er würde sich im freien Fall befinden. In der Tat liefert die Lösung $F_Z = 0$ und a=g. Im zweiten Fall würde die Gravitationskraft von Block 2 überwiegen und er würde sich wiederum im freien Fall befinden. Auch hier liefert unsere Lösung a=g.

__Beispiel: Schlitten__

Jemand zieht einen Schlitten mit einer Masse 75 kg mit konstanter Geschwindigkeit über eine horizontale Oberfläche. Der Gleitreibungskoeffizient zwischen Schlitten und Schnee ist 0.10 und der Winkel 42°.

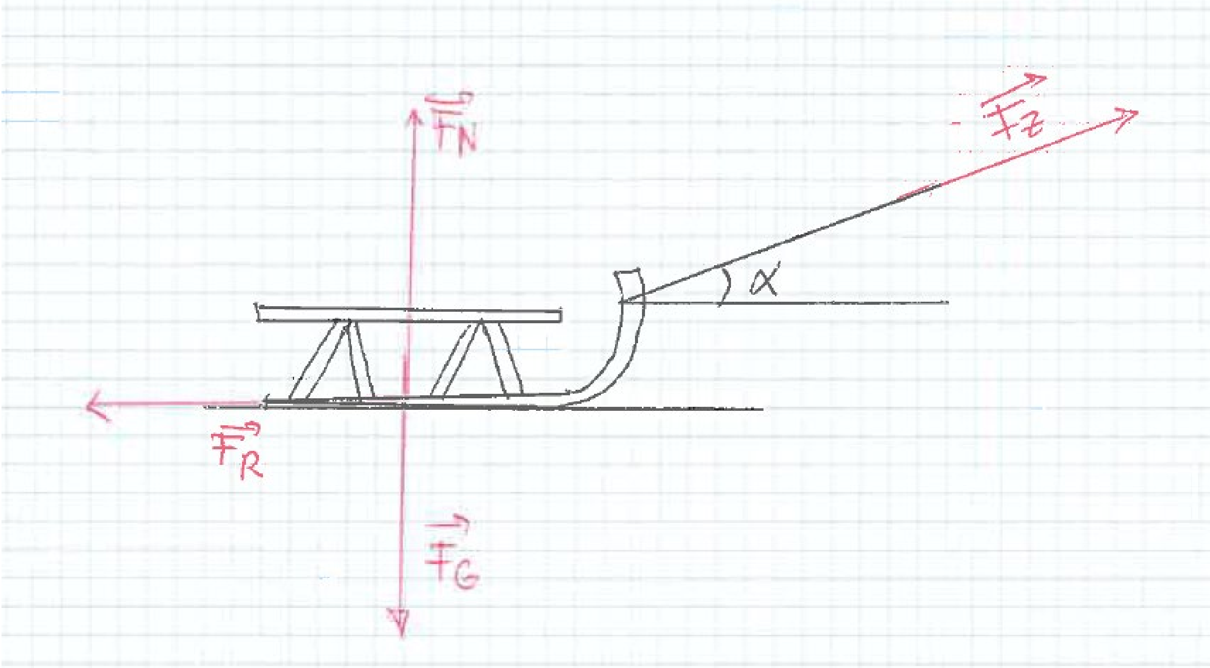


Abbildung 12 Eine Frau zieht einen beladenen Schlitten mit einer Masse 75 kg mit konstanter Geschwindigkeit über eine horizontale Oberfläche. Der Gleitreibungskoeffizient zwischen den Kufen und dem Schnee ist 0.10 und der Winkel 42°. Alle Kräfte auf den Schlitten sind eingezeichnet.

a) Wie gross ist die vom Seil auf den Schlitten ausgeübte Kraft?
b) Der Zug an dem Seil wird verstärkt, sodass er mehr als 91 N beträgt. Ist der Betrag der Reibungskraft grösser, kleiner oder genau so gross wie in Teilaufgabe (a)?

__Lösung__

a) Anhand des zweiten Newtonschen Gesetzes können wir die Beschleunigung des Schlittens mit den auf den Schlitten wirkenden Kräften verknüpfen. Da die Geschwindigkeit des Schlittens konstant ist, muss seine Beschleunigung null sein, obwohl die Frau den Schlitten zieht. In der Abbildung 9 sind die, auf den Schlitten wirkenden Kräfte gezeigt. Es sind die Normalkraft $\vec{F}_N$, die die Schneeoberfläche auf den Schlitten ausübt, die Gravitationskraft $\vec{F}_G$ und Zugkraft $\vec{F}_Z$ und die vom Schnee auf den Schlitten ausgeübte Gleitreibungskraft $\vec{F}_R$. Eben diese Gleitreibungskraft ist es, die verhindert, dass der Schlitten beschleunigt. Für diese Kräfte schreibt sich das zweite Newtonsche Gesetz:

$$\vec{F}_N + \vec{F}_G + \vec{F}_Z + \vec{F}_R = m\vec{a} = 0$$

Schreiben wir die Gleichung für die Komponenten entlang der x- und y-Achse um, so erhalten wir:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ F_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -F_G \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_Z \cos\alpha \\ F_Z \sin\alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -F_R \\ 0 \end{pmatrix} = m\vec{a} = 0$$

Wir erhalten ein gekoppeltes Gleichungssystem mit zwei Unbekannten F_Z und F_N:

$$0 + 0 + F_Z \cos\alpha - F_R = 0$$
$$F_N - F_G + F_Z \sin\alpha + 0 = 0$$

Zuerst ersetzen wir $F_{GR} = \mu_G F_N$, das ergibt:

$$F_Z \cos\alpha - \mu_G F_N = 0$$
$$F_N - F_G + F_Z \sin\alpha = 0$$

Um daraus F_Z zu bestimmen, müssen wir die zweite Gleichung nach F_N auflösen

$$F_N = F_G - F_Z \sin\alpha$$

und diesen Ausdruck dann in der ersten Gleichung einsetzen:

$$F_Z \cos\alpha - \mu_G(F_G - F_Z \sin\alpha) = 0$$

Und nach F_Z auflösen:

$$F_Z(\cos\alpha + \mu_G \sin\alpha) - \mu_G mg = 0$$

Daraus folgt:

$$F_Z = \frac{\mu_G mg}{(\cos\alpha + \mu_G \sin\alpha)} = \frac{(0.1)(75\ kg)(9.81\ m/s^2)}{(\cos 42° + (0.1)\sin 42°)} = 91\ N$$

b) Der Betrag von der Reibungskraft hängt direkt von der Normalkraft ab. Aus Teilaufgabe (a) folgt:

$$F_N = F_G - F_Z \sin\alpha$$

Daraus können wir ablesen, dass F_N kleiner wird, wenn F_Z anwächst. Die praktische Erklärung hierfür ist, dass die aufwärts wirkende Komponente der Zugspannung des Seils grösser wird und die vom Schnee auf den Schlitten wirkende Kraft somit kleiner. Da $F_{GR} = \mu_G F_N$,wird F_{GR}nun kleiner sein als zuvor.

Beispielaufgabe: Schiefe Ebene

Ein Block ruht auf einer Holzplatte, die zur Horizontalen in einem Winkel α geneigt ist. Durch Experimentieren finden Sie heraus, dass der Block bei einem Winkel α=13° kurz davor ist, auf der Ebene nach unten zu rutschen. Wie gross ist der Haftreibungskoeffizient zwischen Block und Holzplatte?

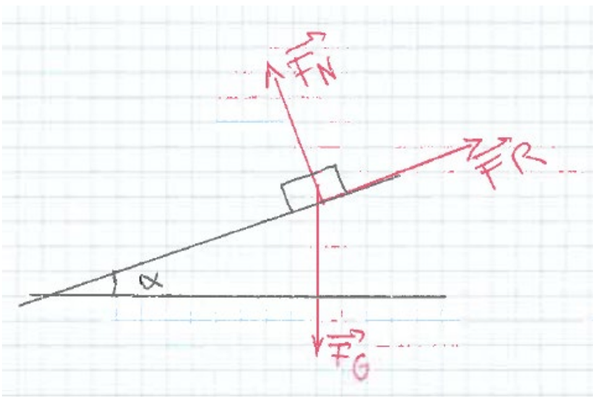


Abbildung 13 Eine Münze liegt auf einem Buch, das zur Horizontalen in einem Winkel α geneigt ist.

Lösung

Wäre die Holzplatte reibungsfrei, so würde der Block wegen der auf ihn wirkenden Gravitationskraft nach unten rutschen. Die Haftreibung hält den Block an Ort und Stelle. In dem Moment, in dem der Block kurz davor ist hinunterzurutschen, besitzt sie ihren Maximalbetrag.

In der Abbildung sind die Kräfte gezeigt, die auf den Block wirken: Die Reibungskraft $\vec{F}_R$, die Normalkraft $\vec{F}_N$ und die Gravitationskraft $\vec{F}_G$. Damit ergibt sich aus dem zweiten Newtonschen Gesetz:

$$\vec{F}_N + \vec{F}_G + \vec{F}_R = m\vec{a}$$

Die Orientierung der Achsen wird so gewählt, dass sich die Aufgabe möglichst vereinfacht: Die x-Achse wird also entlang des Blocks gerichtet.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ F_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -F_G \sin\alpha \\ -F_G \cos\alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_R \\ 0 \end{pmatrix} = m\vec{a} = 0$$

Wir erhalten ein gekoppeltes Gleichungssystem mit zwei Unbekannten F_R und F_N:

$$0 - F_G \sin\alpha + F_R = 0$$
$$F_N - F_G \cos\alpha + 0 = 0$$

Ausserdem wissen wir, dass $F_{HR,max} = \mu_H F_N$ ist, wobei F_N der Betrag der Normalkraft ist:

$$-F_G \sin\alpha + \mu_H F_N = 0$$

Auflösen der zweiten Gleichung nach F_N:

$$F_N = F_G \cos\alpha$$

Einsetzen in die zweiten:

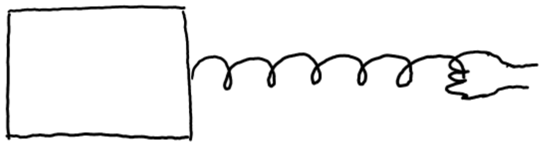
$$-F_G \sin\alpha + \mu_H F_G \cos\alpha = 0$$

Ergibt für den Haftreibungskoeffizienten:

$$\mu_H = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sin 13°}{\cos 13°} = 0.23$$

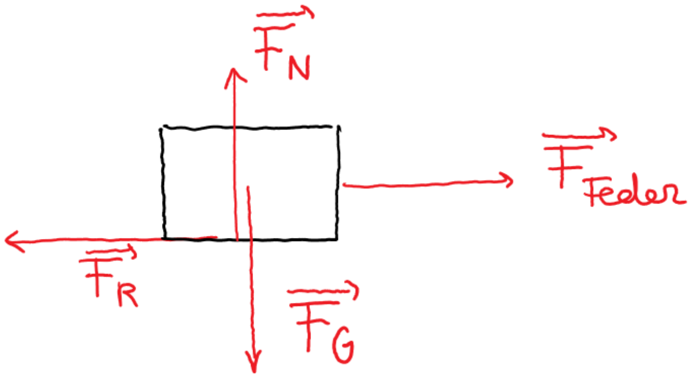
Beispiel: Federkraft

Ein 2.0 kg schwerer Klotz liegt auf einer horizontalen Tischoberfläche. An dem Klotz ist eine Feder befestigt. Am anderen Ende der Feder wird gezogen, sodass sich die Hand mit einer konstanten Geschwindigkeit von 5.0 cm/s vorwärtsbewegt. Die Federkonstante beträgt 50 N/m, und der Haftreibungskoeffizient zwischen dem Block und der Tischoberfläche beträgt 0,60. Die Feder ist zum Zeitpunkt t = 0 s, wenn die Hand anfängt sich zu bewegen, entspannt. Wann fängt der Klotz an zu gleiten?



Lösung

Anhand des zweiten Newtonschen Gesetzes können wir die Beschleunigung des Klotzes mit den auf den Block wirkenden Kräften verknüpfen. Da sich der Klotz nicht bewegt, muss seine Beschleunigung null sein.



In der Abbildung sind die, auf den Klotz wirkenden Kräfte gezeigt. Es sind die Normalkraft $\vec{F}_N$, die die Tischoberfläche auf den Klotz ausübt, die Gravitationskraft $\vec{F}_G$, die die Erde auf den Klotz ausübt, Federkraft $\vec{F}_{Feder}$, die die Feder auf den Klotz ausübt, und die von der Tischoberfläche auf den Klotz ausgeübte Reibungskraft $\vec{F}_R$. Für diese Kräfte schreibt sich das zweite Newtonsche Gesetz:

$$\vec{F}_N + \vec{F}_G + \vec{F}_{Feder} + \vec{F}_R = m\vec{a} = 0$$

Schreiben wir die Gleichung für die Komponenten entlang der x- und y-Achse um, so erhalten wir:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ F_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -F_G \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{Feder} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -F_R \\ 0 \end{pmatrix} = m\vec{a} = 0$$

Die maximale Stärke der Haftreibung, wenn der Block anfängt zu gleiten ist gegeben durch:

$$F_R = \mu F_N$$

Die Normalkraft erhalten wir aus der unteren Zeile:

$$F_N = F_G = mg$$

Oben eingesetzt gibt das:

$$F_R = \mu F_N = \mu mg$$

Die Federkraft ist gegeben durch:

$$F_{Feder} = kx$$

Die Auslenkung der Feder erhalten wir aus der Geschwindigkeit, mit der das freie Ende der Feder bewegt wird:

$$x = \frac{t}{v}$$

Eingesetzt oben gibt das:

$$F_{Feder} = k\frac{t}{v}$$

Die Federkraft ist gleich der Reibungskraft, also gilt:

$$k\frac{t}{v} = \mu mg$$

Aufgelöst nach der Zeit:

$$t = \frac{\mu mgv}{k} = \frac{(0.6)(2.0\ kg)\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)\left(0.05\frac{m}{s}\right)}{50\frac{N}{m}} = 4.7\ s$$

3.3. Gleichförmiger Kreisbewegung

Wenn sich ein Objekt mit konstanter Geschwindigkeit auf einem Kreis oder Kreisbogen fortbewegt, handelt es sich um eine gleichförmige Kreisbewegung. Dabei erfährt das Objekt eine radiale Beschleunigung, die durch die Gleichung:

$$a_R = \frac{v^2}{R}$$

beschrieben wird.

Betrachten wir drei Beispiele solcher Bewegungen:

<u>Auto in der Kurve:</u> Sie sitzen (nicht angeschnallt) in der Mitte der Rückbank eines Autos, das sich mit konstanter Geschwindigkeit auf einer geraden Strasse bewegt. Als die Pilotin plötzlich nach links abbiegt, spüren Sie eine Kraft, die Sie nach rechts drückt. Das Auto und Sie führt während der Kurvenfahrt eine gleichförmige Kreisbewegung aus und erfährt dabei eine radiale Beschleunigung in Richtung des Kurvenzentrums. Nach Newtons zweitem Gesetz muss für diese Beschleunigung eine Kraft verantwortlich sein, die zum Kurvenzentrum hingerichtet ist. Sie wird durch die Reibung der Reifen auf der Strasse verursacht. Weil die Reibungskraft zwischen Ihnen und dem Sitz nicht ausreicht, um Sie in der Kurve zu halten, rutschen Sie zur Seite und werden gegen die Autotür gedrückt. Die Druckkraft der Autotür sorgt dafür, dass Sie auf der Kreisbahn bleiben. Eine Kraft, die zum Kreismittelpunkt gerichtet ist wird auch noch zentripetal genannt. Aber Achtung! Es ist keine neue Kraft in unserem Kräftezoo. Die Ursache für die Zentripetalkraft kann sehr unterschiedlich sein.

<u>Satellit um die Erde:</u> Ein Satellit, der die Erde umkreist, kann in erster Annäherung als ein Objekt in gleichförmiger Kreisbewegung beschrieben werden. Hier sorgt die Gravitationskraft der Erde für die notwendige Zentripetalkraft, die den Satelliten auf seiner Bahn hält.

<u>Planet um seine Sonne:</u> Auch die Erde bewegt sich annähernd auf einer Kreisbahn um die Sonne, die Kraft welche die Erde auf dieser Kreisbahn hält ist die Gravitationskraft der Sonne auf die Erde. (Die Erde bewegt sich nicht in einem perfekten Kreis um die Sonne, sondern in einer elliptischen Bahn. Die Schwerkraft zieht die Erde zur Sonne hin, die in einem Brennpunkt dieser Ellipse liegt. Diese Anziehungskraft unterscheidet sich leicht von der Kraft, die die Erde auf ihrer Bahn hält. Diese kleine Differenz macht, dass die Erde näher an der Sonne schneller ist als wenn sie weiter weg ist.)

<u>Eishockey-Puck an einer Schnur: Abbildung 11</u> zeigt einen Eishockey-Puck, der an einer Schnur befestigt und mit konstanter Geschwindigkeit um einen zentralen Punkt (einen Pflock im Eis) bewegt wird. Hier wird die Zentripetalkraft durch die Zugspannung der Schnur erzeugt, die den Puck in Richtung des Mittelpunkts zieht. Ohne diese Zugkraft würde der Puck einfach geradeaus gleiten.

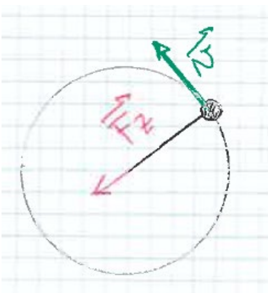


Abbildung 14 Draufsicht auf einen Hockeypuck der Masse m, der sich mit einem konstanten Geschwindigkeitsbetrag v auf einer kreisförmigen Bahn mit dem Radius R auf einer waagerechten reibungsfreien Oberfläche bewegt.

In Abbildung 12 ist ein kreisförmiger Looping gezeigt, auf dem ein Wagen durch die von der Schiene auf ihn ausgeübten Normalkraft in der Bahn gehalten. In diesem Beispiel ist die Normalkraft von der Schiene auf den Wagen die Zentripetalkraft.

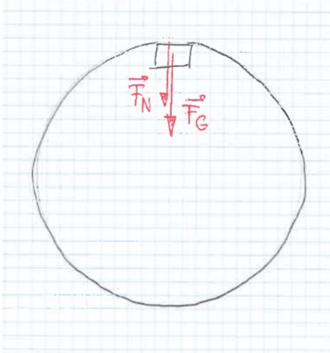


Abbildung 15 Kreisförmiger Looping mit einem Wagen, der sich am obersten Punkt des Loopings befindet. Die Kräfte auf den Wagen sind eingezeichnet. Es sind Normal- und Gewichtskraft.

Bewegen sich Elektronen senkrecht zu einem homogenen Magnetfeld, so werden sie durch die Lorentzkraft senkrecht zur Richtung der Bewegung und des Magnetfelds in eine Kreisbahn abgelenkt. In diesem Beispiel ist die Zentripetalkraft durch die Lorentzkraft gegeben. Die Lorentzkraft ist eine echte Kraft und gehört in unseren Kräftezoo.

In allen diesen Beispielen ist es die eine zentripetal gerichtete Kraft, die die gleichförmige Kreisbewegung ermöglicht. Es ist wichtig, die Quellen dieser Kräfte zu verstehen und wie sie die Bewegung von Objekten beeinflussen.

Die Zentripetalkraft beschreibt:

1) die resultierende Kraft bei einer gleichmässigen Kreisbewegung

2) oder die Radialkomponente der resultierenden Kraft bei allgemeinen (schneller oder langsamer werdenden) Kreisbewegungen.

Sie ist stets in Richtung des Kreismittelpunkts gerichtet. Während die Radialkomponente der resultierenden Kraft ausschliesslich die Richtungsänderung eines sich bewegenden Objekts beeinflusst, bestimmt die Tangentialkomponente dessen Geschwindigkeitsänderung.

Es ist wichtig zu betonen, dass die Zentripetalkraft nicht als eigene Art von Kraft betrachtet wird, sondern lediglich die Richtung der Kraft beschreibt. Je nach Situation kann die Rolle der Zentripetalkraft von verschiedenen Kräften (oder sogar der Summe von Kraftkomponenten) übernommen werden, wie z.B.:

1) Die Gravitationskraft bei einem Satelliten, der die Erde umkreist.
2) Die Lorentzkraft auf ein Elektron in einem Magnetfeld.
3) Die Zugkraft einer Schnur auf ein Objekt, das durch diese auf einer kreisförmigen Bahn gehalten wird.
4) Die Haftreibungskraft bei einem Auto, das eine Kurve durchfährt.

Es ist zweckmässig, Kräfte nach der Art ihrer Einwirkung zu benennen, um Verwechslungen und Missverständnisse zu vermeiden.

Beispiel: Kurvenfahrt

Der Haftreibungskoeffizient zwischen den Reifen eines Autos und der Fahrbahn ist 0.6. Bei welcher Geschwindigkeit ist das Auto kurz davor, von der Fahrbahn zu rutschen, wenn es eine ebene, nicht geneigte Kurve mit dem Radius von 30.5 m durchfährt?

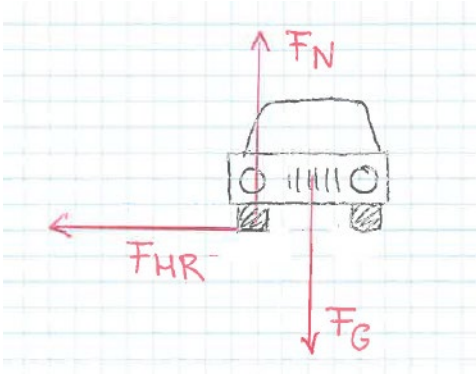


Abbildung 16 Kräftediagramm eines Wagens, der eine ebene Kurve fährt.

Lösung

Der Betrag der Beschleunigung des Wagens, wenn es die Kurve durchfährt, ist gegeben durch v^2/R, wobei v den Geschwindigkeitsbetrag des Wagens und R der Kurvenradius ist. Da die Strasse horizontal verläuft, ermöglichen nur die Reibungskräfte der Strasse auf die Reifen diese Beschleunigung. Auf den Wagen wirken drei Kräfte: Die Reibungskraft $\vec{F}_R$, die Normalkraft $\vec{F}_N$ und die Gravitationskraft $\vec{F}_G$. Damit ergibt sich aus dem zweiten Newtonschen Gesetz:

$$\vec{F}_N + \vec{F}_G + \vec{F}_R = m\vec{a}$$

Legen wir die x-Achse entlang des Radius und die y-Achse vertikal, dann gibt das in Komponentenschreibweise:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ F_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -F_G \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{HR} \\ 0 \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} v^2/R \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ersetzen wir für die Haftreibung $F_{HR,max} = \mu_H F_N$, dann ergibt das:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ F_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mu_H F_N \\ 0 \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} v^2/R \\ 0 \end{pmatrix}$$

Aus der unteren Zeile erhalten wir für die Normalkraft:

$$F_N = mg$$

Und einsetzen in die obere Zeile ergibt:

$$\mu_H mg = \frac{mv^2}{R}$$

Die Masse streicht sich raus und auflösen nach der Geschwindigkeit:

$v = \sqrt{\mu_H gR} = \sqrt{(0.60)(9.81)(30.5)} = 13$ m/s

Beispiel Rotierender Klotz

Ein Klotz mit der Masse m kreist reibungsfrei auf einem Tisch. Im Tisch befindet sich ein Loch und der rotierende Klotz ist durch eine Schnur mit einem zweiten Zylinder verbunden. Der Zylinder hat die Masse M. Mit welcher Geschwindigkeit muss sich der Puck bewegen, damit der Zylinder in Ruhe bleibt?

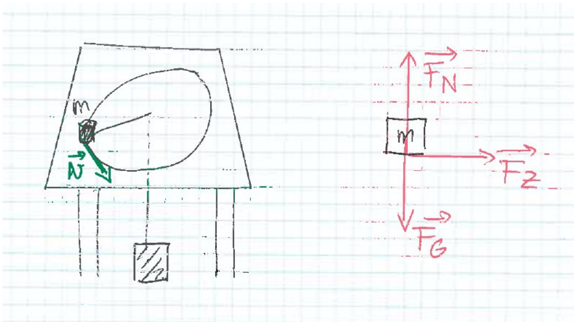


Abbildung 17 Beispielaufgabe rotierender Klotz. Ein Klotz der Masse m, der reibungsfrei auf einem Tisch rotiert wird von einem Zylinder der Masse M auf der Kreisbahn gehalten. Mit welcher Geschwindigkeit muss sich der Puck bewegen, damit der Zylinder in Ruhe bleibt?

Lösung

In Abbildung 14 rechts sind alle Kräfte eingezeichnet, die auf den Klotz wirken: Die Zugkraft $\vec{F}_Z$, die Normalkraft $\vec{F}_N$ und die Gravitationskraft $\vec{F}_G$. Damit ergibt sich aus dem zweiten Newtonschen Gesetz:

$$\vec{F}_N + \vec{F}_G + \vec{F}_Z = m\vec{a}$$

Legen wir die x-Achse entlang des Radius und die y-Achse vertikal, dann gibt das in Komponentenschreibweise:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ F_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -F_G \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_Z \\ 0 \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} v^2/R \\ 0 \end{pmatrix}$$

Das Seil dehnt sich nicht und seine Masse kann vernachlässigt werden. Deshalb ist die Zugkraft gleich der Gewichtskraft des Zylinders:

$$F_Z = Mg$$

Damit schreibt sich:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ F_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Mg \\ 0 \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} v^2/R \\ 0 \end{pmatrix}$$

Lösen wir die obere Zeile nach der Geschwindigkeit auf, so erhalten wir:

$$v = \sqrt{\frac{MgR}{m}}$$

Beispiel: Kugel an rotierendem Stab

Eine Kugel mit Masse 1.34 kg ist an zwei masselose Seile der Länge 1.7 m befestigt, die wiederum an einem rotierenden Stab befestigt sind. Die Seile sind gespannt und fest mit dem Stab verknotet---der Abstand der beiden Knoten beträgt ebenfalls 1.7 m. Die Zugkraft im oberen Seil betrage 35 N. Bestimmen Sie die Zugkraft im unteren Seil, die auf die Kugel wirkende resultierende Kraft, sowie die Umlaufgeschwindigkeit der Kugel auf der Kreisbahn.

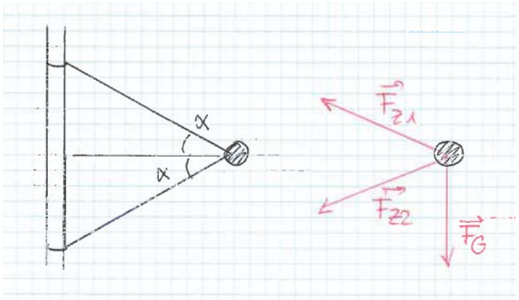


Abbildung 18 Eine Kugel ist mit Hilfe von zwei Seilen an einer Stange befestigt und rotiert um diese Stange.

Lösung

In Abbildung 15 rechts sind alle Kräfte eingezeichnet, die auf die Kugel wirken: Die Zugkraft des oberen Seils auf die Kugel $\vec{F}_{Z1}$, Zugkraft des unteren Seils auf die Kugel $\vec{F}_{Z2}$, und die Gravitationskraft $\vec{F}_G$. Damit ergibt sich aus dem zweiten Newtonschen Gesetz:

$$\vec{F}_{Z1} + \vec{F}_{Z2} + \vec{F}_G = m\vec{a}$$

Auch eingezeichnet ist der Winkel α, den das Seil mit der Horizontalen bildet.

Beachten Sie, dass die Zugkraft im oberen Seil grösser sein muss, als die im unteren. Dies gleicht den Abwärtszug der Schwerkraft und die Kraft des unteren Seiles aus.
Nun lassen wird die x-Achse nach links in Richtung des Zentrums der Kreisbahn zeigen und die y-Achse vertikal nach oben.
Legen wir die x-Achse entlang des Radius und die y-Achse vertikal, dann gibt das in Komponentenschreibweise:

$$\begin{pmatrix} F_{Z1}\cos\alpha \\ F_{Z1}\sin\alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{Z2}\cos\alpha \\ -F_{Z2}\sin\alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix} = m\begin{pmatrix} v^2/R \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die untere Zeile ergibt die Zugspannung im unteren Seil:

$$F_{Z1}\sin\alpha - F_{Z2}\sin\alpha - mg = 0$$

Dividieren durch $\sin\alpha$ gibt:

$$F_{Z2} = F_{Z1} - \frac{mg}{\sin\alpha}$$

Da das Dreieck gleichseitig ist, gilt α=30°. Daher erhält man:

$$F_{Z2} = 35\ N - \frac{(1.34\ kg)\left(\frac{9.81\ N}{kg}\right)}{\sin 30°} = 8.74\ N$$

Die resultierende Kraft ist gleich Masse mal Beschleunigung $F_{res} = ma = m\frac{v^2}{R}$, sie zeigt also nach links (radial nach innen) und hat den Betrag:

$$F_{res} = F_{Z1}\cos\alpha + F_{Z2}\cos\alpha = (35 + 8.74\ N)\cos\alpha 30° = 37.9\ N$$

Der Radius der Kreisbahn erhalten wir aus einer einfachen geometrischen Überlegung, der Tangens des Winkels α ist gleich Gegenkathete (Abstand vom Knoten zur Bahn der Kugel) über Ankathete (Radius der Bahn):

$$R = \frac{L/2}{\tan\alpha} = \frac{1.70\ m/2}{\tan 30°} = 1.47\ m$$

Aus dem zweiten Newtonschen Gesetz erhalten wir die Geschwindigkeit:

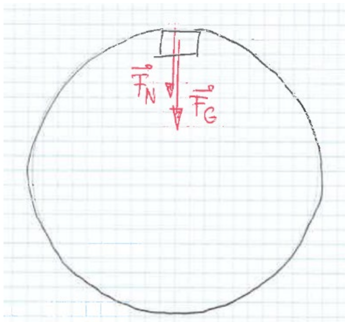
$$v = \sqrt{\frac{RF_{res}}{m}} = \sqrt{\frac{(1.47\ m)(37.9\ N)}{1.34\ kg}} = 6.45\ m/s$$

Beispiel: Achterbahn

Mit welcher Mindestgeschwindigkeit muss eine Achterbahn beim Looping im höchsten Punkt der Kreisbahn fahren, damit die Fahrgäste nicht herausfallen? Nehmen Sie einen Krümmungsradius von 8.0 m an.

Lösung

Am Scheitelpunkt zeigen sowohl die Normal- als auch die Gewichtskraft vertikal nach unten siehe Abbildung 16.



.

Abbildung 19 Ein Wagen bewegt sich in einem kreisförmigen Looping. Es wirken Normalkraft und Gravitationskraft auf ihn. Beide zeigen am Scheitelpunkt der Bewegung nah unten.

Wählen wir die y-Achse auch senkrecht nach unten dann erhalten wir aus dem zweiten Newtonschen Gesetz

$$F_N + F_G = m\frac{v^2}{R}$$

Die Geschwindigkeit ist minimal wenn die Normalkraft minimal ist. Die Normalkraft kann die Passagiere nur aus ihren Sitzen drücken und damit ist die minimale Stärke der Normalkraft $F_{N,min} = 0$.

Daraus ergibt sich:

$$0 + F_G = m\frac{v^2}{R}$$

$$m\frac{v^2}{R} = mg$$

$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{(9.81\ /s^2)(8.0\ m)} = 8.9\ m$$

Beispiel: Wassereimer
Eine ähnliche Aufgabe ist folgende: Ist es möglich einen Eimer Wasser auf einer vertikalen Kreisbahn so schnell zu drehen, dass keine Wasser herausschwappt? Wenn ja, wie gross ist die Mindestgeschwindigkeit? Definieren Sie die benötigten Grössen.

Lösung

Ja, wenn der Eimer schnell genug ist. Es wirken auf das Wasser zusätzlich zur Gravitationskraft auch noch die Normalkraft, die benötigt wird um die nötige Zentripetalbeschleunigung zu erzeugen und das Wasser in der Kreisbahn hält Aus dem Kräftediagramm folgt:

$$F_N + F_G = m\frac{v^2}{R}$$

Die Minimalgeschwindigkeit ist die für die die Normalkraft null ist:

$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{(9.81\ /s^2)(8.0\ m)} = 8.9\ m$$

Beispiel: Pendel

Andrina will eine Schlucht überqueren, indem sie sich in einem Bogen von einer hängenden Liane schwingt. Wie gross ist die maximale Geschwindigkeit, die sie im tiefsten Punkt ihres Schwungs aushalten kann, wenn ihre Arme auf das Seil eine Kraft von 1400 N ausüben können? Ihre Masse beträgt 80 kg und das Seil ist 4.8 m lang.
Lösung

Wählen wir die y-Achse auch senkrecht nach unten dann erhalten wir aus dem zweiten Newtonschen Gesetz

$$F_Z - F_G = m\frac{v^2}{R}$$

Die maximale Geschwindigkeit ist gegeben durch die maximale Nettokraft, die Andrina ausüben kann:

$$F_{Z,max} - F_G = m\frac{v^2}{R}$$

daraus:

$$v = \sqrt{\frac{R}{m}\left(F_{Z,max} - F_G\right)} = \sqrt{\frac{4.8\ m}{80\ kg}(1400\ N - (80\ kg)(9.81\ N/kg))} = 6.1\ m/s$$

4. Das erste Newtonsche Axiom

Im antiken Griechenland untersuchten Aristoteles und seine Zeitgenossen den "natürlichen Zustand" eines Objekts. Sie beobachteten, dass sich bewegende Objekte auf der Erde schliesslich zur Ruhe kommen, wenn sie nicht gestört werden. Daher folgerte Aristoteles, dass der natürliche Zustand eines Objekts der der Ruhe ist. Eine Bewegung erforderte somit eine Erklärung: Was hält das Objekt in Bewegung und hindert es daran, in seinen natürlichen Zustand zurückzukehren?

Jahrhunderte später hinterfragte Galilei diesen "natürlichen Zustand" erneut. Er schlug vor, den Fall zu betrachten, in dem es keinen Widerstand gegen Bewegung gibt, wie etwa durch Reibung oder Luftwiderstand. Durch sorgfältige Experimente, in denen er die Reibung reduzierte, entdeckte er, dass eine Kraft nötig ist, um die Geschwindigkeit und Richtung eines Objekts zu ändern. Jedoch würde sich ein Objekt in Abwesenheit von Reibung und Luftwiderstand mit konstanter Geschwindigkeit weiterbewegen. In Galileis Verständnis hat "In Ruhe" keine besondere Bedeutung – es ist lediglich eine Bewegung mit der Geschwindigkeit Null. Diese Idee wurde von Newton weiterentwickelt und bildete die Grundlage für sein erstes Axiom.

Gemäss Newtons erstem Axiom bleibt ein ruhendes Objekt in Ruhe oder bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit auf einer geraden Linie, sofern keine resultierende Kraft auf es wirkt.

Wichtig ist dabei, dass das erste Gesetz sich auf die resultierende Kraft bezieht. Ein Objekt kann in Ruhe sein oder sich mit konstanter Geschwindigkeit geradeaus bewegen, auch wenn Kräfte auf es einwirken, solange diese Kräfte sich gegenseitig aufheben und ihre Summe Null ist.

5. Das dritte Newtonsche Axiom

In diesem Abschnitt beschäftigen wir uns mit der Wechselwirkung zwischen zwei Objekten oder Systemen. Betrachten Sie zum Beispiel den Zusammenstoss eines Kleinwagens mit einem Lastwagen: Beide Fahrzeuge üben Kräfte aufeinander aus, wobei die Kraft des Kleinwagens auf den Lastwagen genau dieselbe Stärke hat, wie die Kraft des Lastwagens auf den Kleinwagen. Ähnlich verhält es sich, wenn Sie auf einem Stuhl sitzen: Während Sie eine nach unten gerichtete Kraft auf den Stuhl ausüben, wirkt der Stuhl mit einer gleich grossen, aber nach oben gerichteten Kraft auf Sie ein. Ein weiteres Beispiel ist die Interaktion zwischen Erde und Mond. Die Erde zieht den Mond mit einer Kraft an, die vom Mond zum Erdmittelpunkt gerichtet ist. Gleichzeitig zieht der Mond die Erde mit einer gleich grossen, jedoch zum Mond hin gerichteten Kraft an.

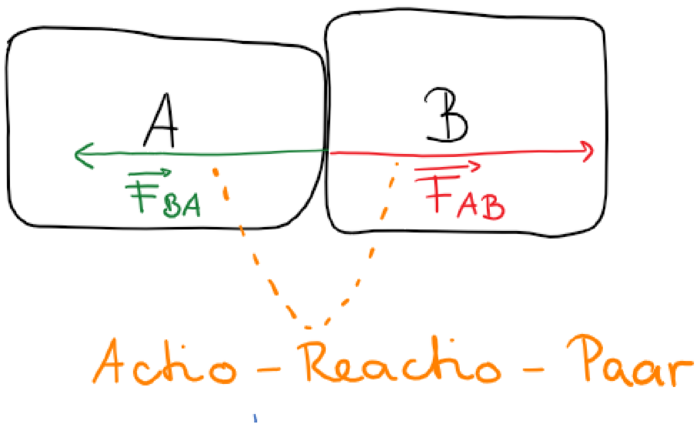


Abbildung 20 Zwei Objekte A und B berühren sich. Wenn Objekt A eine Kraft $\vec{F}_{AB}$ nach rechts von sagen wir 8 N auf Objekt B ausübt, dann übt Objekt B auf das Objekt A eine Kraft $\vec{F}_{BA}$nach links von 8 N auf A aus.

In der Abbildung 20 sind zwei Objekte A und B gezeigt, die sich berühren. Wenn Objekt A eine Kraft $\vec{F}_{AB}$ nach rechts von sagen wir 8 N auf Objekt B ausübt, dann übt Objekt B auf das Objekt A eine Kraft $\vec{F}_{BA}$ nach links von 8 N auf A aus. Dieses Kräftepaar, dargestellt wird als Actio-Reactio-Paar bezeichnet. Die beiden Objekte wechselwirken miteinander, indem sie gegenseitig mit den Kräften $\vec{F}_{AB}$ und $\vec{F}_{BA}$ aufeinander einwirken. Beachten Sie die eindeutigen Indizes für die Kraftvektoren. Der erste Buchstabe ist der Agent, der die Kraft ausübt, der zweite Buchstabe ist das Objekt, auf das die Kraft wirkt.

Der Begriff "Actio-Reactio-Paar" ist etwas irreführend. Die Kräfte treten gleichzeitig auf, und wir können nicht sagen, welches die "Aktion" und welches die "Reaktion" ist. Auch gibt es keinen Hinweis auf Ursache und Wirkung. Ein Actio-Reactio-Paar von Kräften existiert entweder als Paar oder gar nicht.

Das dritte Newtonsches Gesetz lautet: Jede Kraft tritt als ein Glied eines Actio-Reactio-Paares von Kräften auf. Die beiden Kräfte eines Actio-Reactio-Paares wirken auf zwei verschiedene Objekte A und B. Die beiden Kräfte eines Actio-Reactio-Paares sind gleich gross, aber entgegengesetzt in der Richtung: $\vec{F}_{AB}=-\vec{F}_{BA}$.

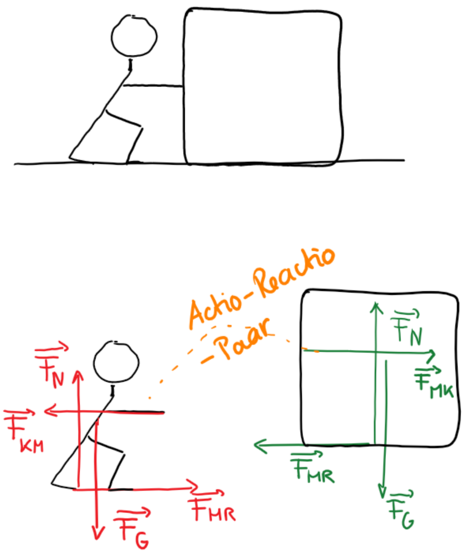


Abbildung 21 Ein Mensch schiebt eine Kiste über den Fussboden. Unten links wurde der Mensch frei geschnitten und alle Kräfte die auf ihn wirken sind in Rot eingezeichnet. Unten rechts ist die Kiste freigeschnitten und alle Kräfte, die auf sie wirken sind in Grün eingezeichnet. Der Mensch übt eine Kraft $\vec{F}_{MK}$ nach rechts auf die Kiste aus. Die Kiste übt eine Kraft $\vec{F}_{KM}$ nach links auf den Menschen aus, die genauso stark ist, wie Kraft die Kraft $\vec{F}_{MK}$. Das Kräftepaar ist als Actio-Reactio-Paar gekennzeichnet.

In der Abbildung 21 ist ein Mensch gezeigt, der eine Kiste über den Fussboden schiebt. Unten links wurde der Mensch freigeschnitten und alle Kräfte, die auf ihn wirken sind in Rot eingezeichnet. Da ist als erstes die Gravitationskraft der Erde auf den Menschen senkrecht nach unten $\vec{F}_G$. Die Normalkraft des Bodens auf den Menschen senkrecht nach oben $\vec{F}_N$. Die Haftreibung vom Boden auf den Menschen nach rechts $\vec{F}_{HR}$.

Unten rechts ist die Kiste freigeschnitten und alle Kräfte, die auf sie wirken sind in Grün eingezeichnet. Da ist als erstes die Gravitationskraft der Erde auf die Kiste senkrecht nach unten $\vec{F}_G$. Die Normalkraft des Bodens auf die Kiste senkrecht nach oben $\vec{F}_N$. Die Haftreibung vom Boden auf die Kiste nach links $\vec{F}_{HR}$.

Der Mensch übt eine Kraft $\vec{F}_{MK}$ nach rechts auf die Kiste aus. Die Kiste übt eine Kraft $\vec{F}_{KM}$ nach links auf den Menschen aus, die genauso stark ist, wie Kraft die Kraft $\vec{F}_{MK}$. Das Kräftepaar ist als Actio-Reactio-Paar gekennzeichnet.

Beachten Sie, dass es sonst keine Actio-Reactio-Kräftepaare gibt in dieser Zeichnung. Möchte man das Kräftepaar das zu $\vec{F}_G$. gehört zeichnen, müsste man die Erde aufzeichnen und eine Kraft, die am Mittelpunkt der Erde angreift und zum Menschen, resp. zur Kiste gerichtet ist. Die Normalkraft $\vec{F}_N$ ist nicht die Gegenkraft zur Gravitationskraft! Die Actio-Reactio-Kraft, die zur Normalkraft gehört, ist eine Kraft, die vom Menschen, resp. von der Kiste auf den Biden ausgeübt wird und senkrecht nach unten zeigt.

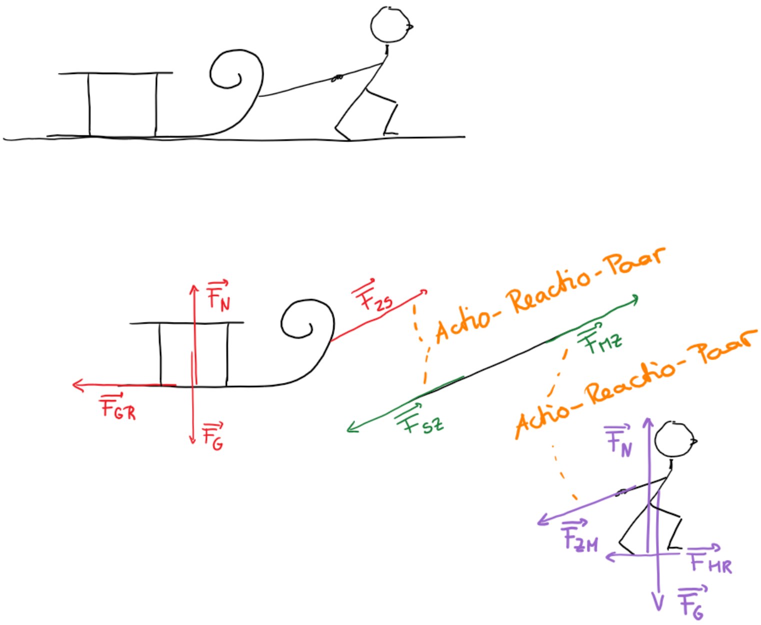


Abbildung 22 Ein Mensch zieht einen Schlitten an einem Seil über den Schnee. Unten links wurde der Schlitten frei geschnitten und alle Kräfte die auf ihn wirken sind in Rot eingezeichnet. In der Mitte ist das Seil frei geschnitten und alle Kräfte, die auf es wirken sind in Grün eingezeichnet. Das Seil wird als masselos angenommen, deshalb gibt es hier keine Gravitationskraft. Unten rechts ist der Mensch freigeschnitten und alle Kräfte, die auf ihn wirken sind in Violett eingezeichnet. Das Seil übt eine Kraft $\vec{F}_{ZS}$ nach rechts oben auf den Schlitten aus. Der Schlitten übt eine Kraft $\vec{F}_{SZ}$ nach links unten auf das Seil aus, die genauso stark ist, wie Kraft die Kraft $\vec{F}_{ZS}$.. Das ist ein Actio-Reactio-Paar. Der Mensch übt eine Kraft $\vec{F}_{MZ}$ nach rechts oben auf das Seil aus. Das Seil übt eine Kraft $\vec{F}_{MZ}$ nach links unten auf den Menschen aus, die genauso stark ist, wie Kraft die Kraft $\vec{F}_{ZM}$. Das ist das zweite Actio-Reactio-Paar in diesem System.

In der Abbildung 22 ist ein Mensch gezeigt, der einen Schlitten an einem Seil über den Schnee zieht. Unten links wurde der Schlitten freigeschnitten und alle Kräfte die auf ihn wirken sind in Rot eingezeichnet. Da ist als erstes die Gravitationskraft der Erde auf den Schlitten senkrecht nach unten $\vec{F}_G$. Die Normalkraft des Bodens auf den Schlitten senkrecht nach oben $\vec{F}_N$. Die Gleitreibung vom Schnee auf den Schlitten nach links $\vec{F}_{GR}$.

In der Mitte ist das Seil freigeschnitten und alle Kräfte, die auf es wirken sind in Grün eingezeichnet. Das Seil wird als masselos angenommen, deshalb gibt es hier keine Gravitationskraft.

Unten rechts ist der Mensch freigeschnitten und alle Kräfte, die auf ihn wirken sind in Violett eingezeichnet. Da ist als erstes die Gravitationskraft der Erde auf den Menschen senkrecht nach unten $\vec{F}_G$. Die Normalkraft des Bodens auf den Menschen senkrecht nach oben $\vec{F}_N$. Die Haftreibung vom Schnee auf den Menschen nach rechts $\vec{F}_{HR}$.

Das Seil übt eine Kraft $\vec{F}_{ZS}$ nach rechts oben auf den Schlitten aus. Der Schlitten übt eine Kraft $\vec{F}_{SZ}$ nach links unten auf das Seil aus, die genauso stark ist, wie Kraft die Kraft $\vec{F}_{ZS}$. Das ist ein Actio-Reactio-Paar. Der Mensch übt eine Kraft $\vec{F}_{MZ}$ nach rechts oben auf das Seil aus. Das Seil übt eine Kraft $\vec{F}_{MZ}$ nach links unten auf den Menschen aus, die genauso stark ist, wie Kraft die Kraft $\vec{F}_{ZM}$. Das ist das zweite Actio-Reactio-Paar in diesem System. Andere Actio-Reactio-Paare sind hier nicht eingezeichnet.

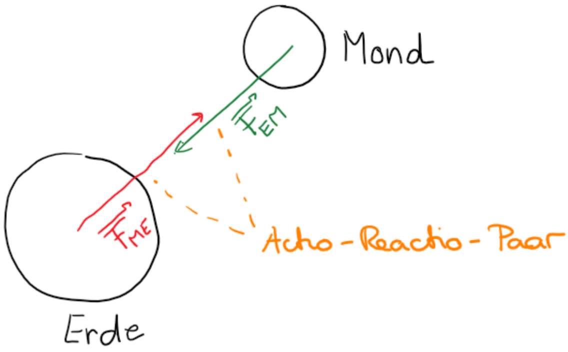


Abbildung 23 Gravitationskraft der Erde auf den Mond $\vec{F}_{EM}$ in Grün und Gravitationskraft vom Mond auf die Erde $\vec{F}_{ME}$ in Rot. Beide sind gleich stark.

Das Gleiche gilt für Kräfte in grosser Entfernung, zum Beispiel für Erde-Mond in der Abbildung 23. Gravitationskraft der Erde auf den Mond $\vec{F}_{EM}$ in Grün und Gravitationskraft vom Mond auf die Erde $\vec{F}_{ME}$ in Rot. Beide sind gleich stark und entgegengesetzt.

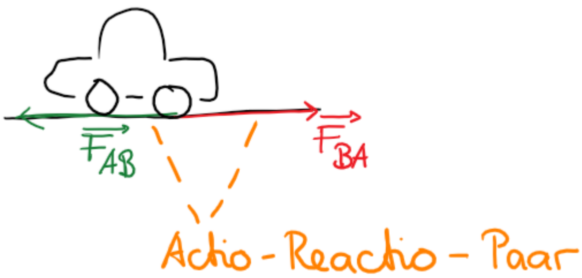


Abbildung 24 Kraft des Bodens auf das Auto und Kraft des Autos auf den Boden.

In der Abbildung 24 ist ein Auto gezeigt, das auf eine Strasse fährt. Ein Auto nutzt seinen Motor, um die Reifen zum Rotieren zu bringen, was zu einer Kraft von den Reifen auf den Boden führt, die nach hinten gerichtet ist. Die Strasse wird nach hinten gestossen. Die Strasse übt eine Kraft auf das Auto aus, die nach rechts gerichtet ist und genauso stark ist wie. Beides sind Haftreibungskräfte und bilden eine Actio-Reactio-Paar. Der Reifen rollt, aber die Unterseite des Reifens, an der Stelle, an der er mit der Fahrbahn in Berührung kommt, befindet sich momentan in Ruhe.