

## Kurzpraktikum Federkonstante

Version 10.10.22 / Patrik Eschle

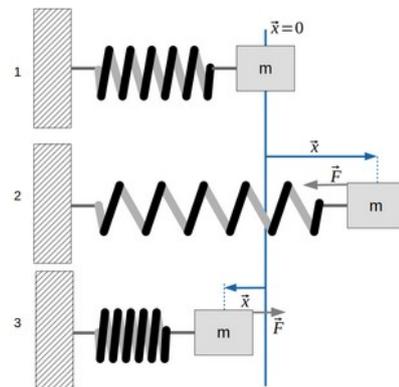
### Einleitung / Fragestellung

In diesem Versuch untersuchen Sie Rückstellkraft und Ausdehnung bei linearen Federn, erstellen ein Messprotokoll und passen eine Gerade in Messpunkte ein.

Die Theorie zu diesem Versuch finden Sie im Skript PHY1/2 im Abschnitt «Federkraft» und im Abschnitt «Federschwinger». Tipler führt die Federkonstante nur ganz knapp ein im Abschnitt 3.2, p. 81.

Abb. 1: Wenn eine lineare Feder gedehnt wird, zieht sie mit einer Kraft  $F$  gegen die Ruhelage. Oben: Ruhelage, Mitte und unten: Feder ausgelenkt mit rücktreibender Kraft.

Die Kraft ist proportional zur Auslenkung  $x$  und zur Federkonstante  $k$ :  $F = -k x$ . Das Minus bedeutet, dass die Kraft immer entgegen der Auslenkung wirkt.



### Formeln für Federkraft und Schwingungsdauer

#### Federkraft

Eine lineare Feder mit Federkonstante  $k$  (N/m) wird um eine Strecke  $x$  ausgelenkt. Dann ist die rücktreibende Kraft:

$$F = -k x \quad (\text{N}) \quad (1)$$

#### Serie- und Parallelschaltung von Federn (nicht Teil der Praktikums)

Werden zwei Federn 1 und 2 hintereinander (in Serie) oder nebeneinander (parallel) gehängt, haben sie eine neue gemeinsame Federkonstante:

$$\text{Serie: } k_{\text{Serie}} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad \text{Parallel: } k_{\text{Parallel}} = k_1 + k_2 \quad (2)$$

### Schwingungsdauer

Hängt man eine Masse  $m$  an eine *masselose* Feder der Federkonstante  $k$  und lenkt die Masse aus, dann schwingt sie sinusförmig mit einer Kreisfrequenz  $\omega$  (oder Periode  $T$ ):

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow k = (2\pi)^2 \frac{m}{T^2} \quad (3)$$

Den letzten Ausdruck in Gleichung (3) kann man nach der Masse  $m$  auflösen und erhält dann eine Geradengleichung zwischen der Masse  $m$  und der quadrierten Periode  $T^2$ . Die Steigung dieser Geraden ist  $k/(2\pi)^2$ .

$$m = \frac{k}{(2\pi)^2} T^2 \quad (4)$$

Reale Federn haben eine Masse. Für dieses Praktikum nehmen wir an, dass 1/3 der Feder-  
masse mitschwingt. Wir müssen deshalb für  $m$  in Gleichung (3) und (4) die Summe von  
angehängtem Gewicht und 1/3 Federmasse benützen und nennen dies die effektive Masse  
 $m_{\text{eff}}$ .<sup>1</sup>

$$m_{\text{eff}} \approx m_{\text{Gewicht}} + \frac{m_{\text{Feder}}}{3} \quad (5)$$

## Messung

### Einrichten und Kennenlernen

- Montieren Sie das Stativ und wählen Sie zwei Federn 1 und 2 aus, eine weichere und eine härtere. Das Stativ soll hoch genug sein, dass Sie beide Federn hintereinander und einige Gewichte anhängen können.
- Wägen Sie die beiden Federn und tragen Sie die Massen ins Messprotokoll ein.
- Dehnen Sie die Federn probeweise von Hand, befestigen Sie die Federn am Stativ und hängen Sie Gewichte an.
- Lesen Sie am Massstab die Länge der gedehnten Feder ab. Wählen Sie als Referenz die Oberkante des obersten Gewichts und verwenden Sie ein Geodreieck, um rechtwinklig abzulesen. Die Auslenkung beim ersten Gewicht muss nicht null sein.
- Wägen Sie ein Kalibriergewicht und tragen Sie das Resultat in das Messprotokoll ein.
- Wägen Sie die Gewichte und tragen Sie die angeschriebenen und die gemessenen Massen ins Messprotokoll ein.

<sup>1</sup> <https://de.wikipedia.org/wiki/Federpendel>

*Auslenkung und Schwingungsdauer*

- Befestigen Sie Feder F1 am Stativ und hängen Sie ein kleines Gewicht an. Lesen Sie die Auslenkung ab.
- Hängen Sie jetzt nacheinander vier weitere Gewichte an und lesen Sie für jeden neuen Gewichtssatz die Auslenkung ab. Schreiben Sie Auslenkung und Masse ins Messprotokoll (Serie A1). Hängen Sie jetzt die Gewichte einzeln wieder ab und notieren Sie jedes mal die Auslenkung (Serie A2).
- Wiederholen Sie diese Messung mit Feder F2 (Serie A3 und A4).
- Hängen Sie ein Gewicht an die weichere der beiden Federn. Lenken Sie das Gewicht vertikal aus und messen Sie die Zeit für 10 Schwingungen (Messung B1) und tragen Sie Masse und Schwingungsdauer in das Messprotokoll ein. Wählen Sie das Gewicht so, dass Sie eine Periode von ungefähr 1 Sekunde erhalten.
- Wiederholen Sie diese Messung mit einem leichteren und einem schwereren Gewicht (B2, B3).

**Auswertung**

*Federkonstante aus Ausdehnung*

- Tragen Sie die Messwerte aus den Dehnungsversuchen A1-A4 im Diagramm ein. Die Gewichtskraft (Betrag)  $F = m \cdot g$  in Newton auf der y-Achse, die Auslenkung (beginnt nicht bei null) in Meter auf der x-Achse. Sie können diese Auswertung auch in Excel machen oder mit dem Python-Skript zur linearen Funktionsanpassung.
- Legen Sie eine Gerade durch jede Gruppe von Messwerten und bestimmen Sie die Steigung der Gerade. Was ist die Einheit der Steigung?
- Nach Gleichung (1) ist die Steigung gerade gleich der Federkonstanten. Tragen Sie die Werte in der folgenden Tabelle ein:

	A1 (Feder 1)	A2 (Feder 1)	A3 (Feder 2)	A4 (Feder 2)
(a) <i>k</i> gemessen aus Steigung				

- Schätzen Sie aus der Unsicherheit der Längenmessung und der Massen eine relative Unsicherheit der Federkonstante  $k$  ab (aus Gleichung (3)  $\delta k = \delta m + 2 \delta T$ ).  $\delta m$  und  $\delta T$  sind die relativen Messunsicherheiten der effektiven Masse und der Periode.

*Federkonstante aus Schwingungsdauer*

- Berechnen Sie aus den Schwingungsdauern der Messreihen B1, B2, B3 mit Gleichung (3) die Federkonstante der weicheren Feder. Vergleichen Sie die drei berechneten Federkon-

stanten mit dem Ergebnis aus der Messung von Kraft gegen Auslenkung. Die Werte sollten alle gleich sein.

- Tragen Sie gemäss Gleichung (4) in einem Diagramm die Werte der Messungen B1, B2, B3 ein: auf der x-Achse die Periode im Quadrat auf und auf der y-Achse die effektive Masse. Bestimmen Sie aus der Steigung der Geraden die Federkonstante. Nach Gleichung (4) ist die Steigung gerade  $k/(2\pi)^2$ . Sie können diese Analyse auch in Excel machen oder mit dem Python-Skript zur linearen Funktionsanpassung.

**Diagramme: Kraft gegen Auslenkung und eff. Masse gegen  $T^2$**

